CIMAT

CENTRO DE INVESTIGACIÓN EN MATEMÁTICAS A.C.

Determinación de Contornos Empleando Contornos Activos Paramétricos

TESIS

que como requisito para obtener el grado de

DOCTOR EN CIENCIAS

Orientación

Ciencias de la Computación

Presenta

Fernando Augusto Velasco Avalos

Director de tesis:
Dr. José Luis Marroquín Zaleta.

Guanajuato, Gto., Diciembre de 1999.

CIMAT
BIBLIOTECA

Gracias Señor,
por que tu presencia en nuestras vidas
nos anima a esforzarnos y ser valientes.

A mi esposa e hijo, Silvia y César Eduardo,
por que los amo y son la razón de mis alegrías.

Al Dr. José Luis Marroquín,
por el decidido apoyo que me ha brindado en esta empresa
y por el trato de amigo con el que siempre me ha distinguido.

A mi papá y hermanos,
por que forman una importante parte de mi corazón.

CIMAT
BIBLIOTECA

015971

Índice.

Pero sed hacedores de la palabra y no tan solo oidores,
engañandoos a vosotros mismos
Stg 1.22

1 Introducción. 1

1.1 Visión Computacional 1
1.2 Procesamiento de imágenes 2
1.3 Detectores de borde y contornos activos 3
1.4 Contornos 4
1.5 Objetivos de este trabajo 5
1.6 Organización de este trabajo 7

2 Estado del Arte 8

2.1 Contornos activos paramétricos 8

2.1.1 Kass et al (1987) 8
2.1.2 Cohen (1991) 13
2.1.3 McInerney et al (1995) 15
2.1.4 Gunn and Nixon (1997) 25
2.1.5 Xu et al (1997) 29

2.2 Contornos activos geométricos 31

2.2.1 Malladi et al 32

2.3 Discusión 39

3 Serpientes Atrayentes 42

3.1 Introducción 42
3.2 El modelo de serpiente atrayente 43
3.3 Espacio de escalas 49
3.4 Aplicando multiescala 52
3.5 Resumen de parámetros 56
3.6 Una herramienta interactiva 57
3.7 Conclusiones 61

4 Serpientes Crecientes **63**

4.1 Introducción 63
4.2 Serpientes Crecientes 64

4.2.1 Función de energía 69
4.2.2 Resumen de parámetros 70
4.2.3 Casos de Aplicación 71
4.2.4 Segundo esquema de crecimiento 76
4.2.5 Resumen de parámetros 83
4.2.6 Tercer esquema de crecimiento 84

4.3 Pre-proceso 88

4.3.1 Modelo de Campos Aleatorios Markovianos 92

4.4 Espacio de escalas 99
4.5 Uniones T y su mejor configuración 100
4.6 Conclusiones 106

5 Discusión Final **109**

5.1 Resumen de los métodos existentes 109
5.2 Las serpientes atrayentes (Sandwich Snakes) 110
5.3 Serpientes crecientes (Growing Snakes) 111
5.4 Trabajo por hacer 114

Apéndice a **115**

Bibliografía **121**

1

Introducción.

... de oído oiréis, y no entenderéis
y viendo veréis, y no percibiréis.
Mt 13.14

1.1 Visión Computacional.

La *visión computacional* es el campo de las ciencias de la computación que se ha dedicado a describir en forma automática las estructuras y propiedades de nuestro mundo real a través del uso de imágenes. Estas imágenes pueden ser monocromáticas, en tonos de grises o a colores; y pueden ser adquiridas en forma única o por un conjunto de cámaras, las cuales a su vez pueden estar estáticas o en movimiento.

Los sistemas automáticos que la visión computacional genera y ha generado, pueden ser comparados con el funcionamiento del sistema visual humano, el cual se ha perfeccionado a través del proceso evolutivo que ha tomado millones de años. Entonces el gran reto, sin duda, es generar un sistema automático de percepción visual que tenga las mismas respuestas que presenta el sistema visual humano.

El sistema de visión humano incluye no sólo el registro visual de los objetos o imágenes, sino que además se realizan sofisticados procesos en el cerebro; el cual, basado en la experiencia y el conocimiento *a-priori* de la situación que percibe, hace un rápido, aunque no por eso sencillo, análisis de la imagen. Estos procesos ayudan a resolver ambigüedades, a medir riesgos, o a localizar objetos en el espacio y tiempo, entre otras funciones.

Las técnicas de visión computacional son actualmente aplicadas con éxito en una gran cantidad de tareas cotidianas y especializadas. Su manejo de la información a través de imágenes facilita o hace comprensible muchas de las tareas, en muy diferentes campos de la actividad humana [21].

Aunque un gran número de problemas en el campo de la visión computacional han sido resueltos, aún se busca un mejor funcionamiento, una

verdadera automatización y una respuesta cada vez mas cercana a la del sistema visual humano [33][37]. Para detalles sobre la visión humana ver el apéndice a.

1.2 Procesamiento de Imágenes.

El *procesamiento de imágenes* consiste en producir nuevas imágenes a partir de las imágenes originales, resaltando las características más deseables en algún sentido y simultáneamente minimizando las características no deseables, como puede ser el ruido, o alguna otra que pudiera existir. Así por ejemplo, en las imágenes médicas se buscan detalles que para el médico sean relevantes y no necesariamente aquellos que sean los más evidentes dentro de la imagen.

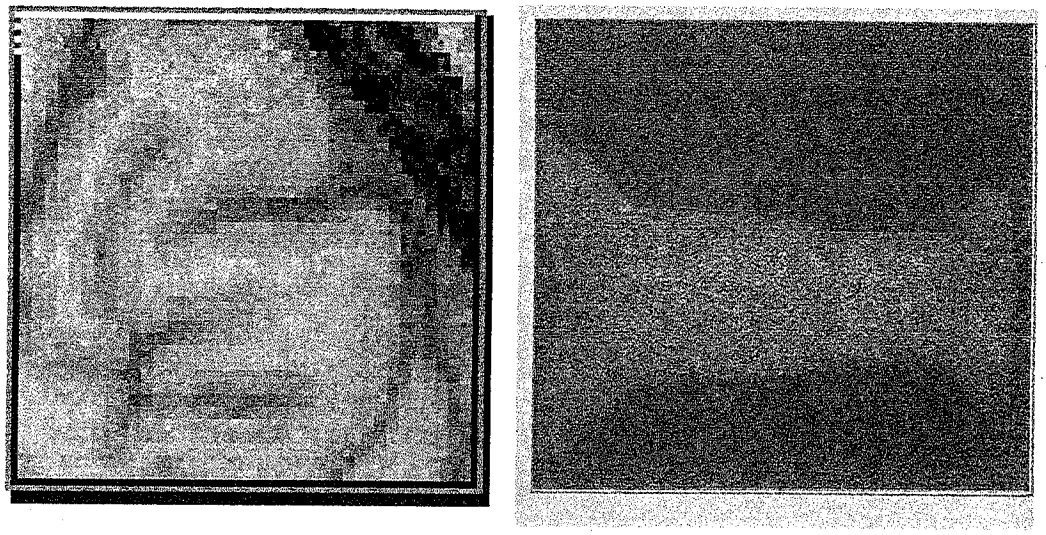
Los objetivos en el análisis de imágenes son muy variados, dependen del uso final que se desee dar a la imagen de entrada, por ejemplo: en una imagen satelital la detección de zonas agrícolas o la detección de vías de comunicación requieren de diferentes procesamientos.

Aún cuando el objetivo final sea el mismo, los procesos intermedios pueden cambiar de una imagen a otra. Por ejemplo, en la figura 1.1, se presentan dos imágenes de procedencia y características muy diferentes; en el panel a) se presenta la sección de una imagen médica y en el panel b) la imagen de un arnés. En ambos casos existe el mismo interés; ambas imágenes deberán de ser procesadas para generar como respuesta final la información que permita distinguir el contorno de los objetos que contienen.

El procesamiento de imágenes ha incrementado sus campos de acción, debido principalmente al rápido crecimiento y disponibilidad de las técnicas de adquisición de imágenes, tanto para el análisis en dos como en tres dimensiones, creando una enorme demanda de información por procesar. Simultáneamente los equipos de cómputo son cada vez más rápidos y poseen mayor cantidad de memoria, características que son necesarias para dar respuestas confiables en tiempos razonables. Son estas las razones por las que podemos encontrar que durante la última década, solamente en el área de la biomedicina, ha habido una creciente tendencia al uso de las técnicas de procesamiento de imágenes; en la ayuda del diagnóstico, planeación de tratamientos y aún como ayuda durante la cirugía [34].

Los campos de la ciencia donde el procesamiento de imágenes tiene aplicación es muy amplio. Uno de los problemas abiertos en la actualidad es la determinación de los contornos de los objetos que se encuentran en una imagen. Existen varios métodos que se han propuesto para resolver este problema, sin embargo aún podemos encontrar casos que los métodos actuales no pueden resolver. Por la razón anterior, en este trabajo nos enfocaremos al procesamiento de

imágenes con la meta de resolver el problema de la determinación de contornos en imágenes digitales.



a) **b)**

figura 1.1 - a) sección de una imagen de resonancia magnética del cerebro.
b) arnés bajo luz coherente.

1.3 Detectores de bordes y contornos activos.

En la visión computacional se pueden distinguir claramente dos diferentes tareas: la detección de bordes y la de contornos.

Para el primer caso se tienen un gran número de técnicas, que en general son operadores sencillos y robustos. Su función es localizar en la imagen aquellas posiciones que por sus características de brillantez y contraste puedan clasificar los pixeles como elementos que pertenecen o no al borde [17][20][24]. Tal es el caso del uso de campos de gradientes, o el resultado de la evaluación de un operador; como puede ser los cruces de cero del operador Laplaciano.

Estos operadores se aplican a nivel pixel, generalmente están basados en un sistema de vecindad, y sus resultados se presentan como imágenes binarias donde se distinguen claramente aquellos pixeles que, como resultado del proceso efectuado, cumplieron satisfactoriamente las condiciones para clasificarles como elementos de borde.

La localización de bordes no es suficiente para las tareas de segmentación y reconocimiento. Para esto, es necesario contar con una descripción mucho más fina y detallada que la simple posición relativa de aquellos pixeles que presentan características de borde.

Contar con una descripción basada en el conocimiento de las secuencias de puntos que describen una curva, es determinar el contorno de un objeto. Estas curvas limitan áreas de interés de los objetos de la imagen.

Es a través de los detectores de contorno como podemos conocer en una forma clara los límites de los objetos. La construcción de estas curvas, que en los mejores casos presentan una resolución al nivel de sub-pixel; describe con alta precisión la posición del contorno que delimita al objeto.

Por las razones anteriores, a pesar de que actualmente existen algoritmos efectivos para la detección de bordes, para realizar tareas de alto nivel es necesario usar detectores o más bien, constructores de contornos.

1.4 Contornos.

Los contornos en una imagen están relacionados con los cambios de brillantez que son generados por los objetos de la imagen al tener una diferente respuesta de reflexión de la luz. Así, el objeto que se recorta contra un fondo, un cambio en textura, o aún la sombra que se registra en la imagen, son ejemplo de fronteras que generan un contorno.

Son los contornos los que nos permiten realizar una apropiada segmentación de los objetos que se presentan en una imagen. La segmentación es utilizada para las tareas de reconocimiento al poder determinar las características que nos permiten distinguir un objeto de todos los demás objetos existentes en la escena.

La importancia que reviste la determinación de los contornos de los objetos que se encuentran en una imagen digitalizada ha cobrado gran importancia y el número de áreas donde estas técnicas tienen aplicación crece día con día. Por ejemplo, la biomedicina, la industria, la óptica, la astronomía, la cartografía y aún la fotografía y el arte digital, son algunas de las áreas de aplicación. Algunos de los problemas que se abordan con estas técnicas, ya sea en forma total o parcialmente son: reconstrucción tridimensional, localización, segmentación, seguimiento de trayectorias, navegación automática, clasificación de objetos y reconocimiento automático.

Como ya se dijo, el número de métodos existentes tanto para la determinación de bordes como para contornos es muy amplio, y éste trabajo se enfoca al uso de

contornos activos paramétricos, presentando el estado del arte de los métodos basados en contornos activos.

Los contornos activos son curvas asociadas a una función de energía. Estas curvas están sujetas a fuerzas internas, que les dan las características de membrana o placa, y a fuerzas externas, que las atraen hacia zonas de interés. Reciben su nombre de la forma en que éstas evolucionan en la búsqueda de la posición que pueda minimizar la energía.

1.5 Objetivos de este trabajo.

En la determinación de contornos existen actualmente problemas que no se han resuelto satisfactoriamente.

Un problema abierto en el uso de contornos activos es la inicialización automática de éstos. Los métodos actuales requieren del apoyo del usuario para dar una posición inicial para la determinación del contorno. Esto requiere de un conocimiento *a-priori* por parte del usuario, quien deberá de estar familiarizado con los objetos que pertenecen a la escena de la imagen. En tal caso, el resultado dependerá en mucho del estado inicial.

En la segmentación de objetos dentro de una imagen, otro problema a resolver se presenta en la correcta determinación de los contornos de objetos ocluidos, y la relación que estos guardan con el objeto que los ocluye. A estos puntos se les conoce en la literatura como las uniones-T de los contornos (T-junctions). Este problema se ejemplifica en la figura 1.2.

En la figura 1.2 a), el objeto A es ocluido por el objeto B, por lo que el objeto A no se ve completo en la escena. Una correcta determinación de los contornos, es la detección de cada línea que define a cada objeto; para el objeto B el contorno es una línea cerrada, en tanto que para el objeto A es una línea abierta que tiene sus terminaciones en los puntos señalados como unión-T. En el panel b) se muestra un detalle amplificado de la unión-T superior del panel a); en ella se esquematiza con un pequeño espacio entre las líneas del contorno, la correcta configuración de la unión-T que debe de hacerse para describir cada objeto correctamente.

Otro problema que presentan los métodos actuales de contornos activos paramétricos, es la determinación de contornos en escenas donde la topología de éstos es complicada. Las escenas que contienen objetos no convexos, oclusiones, bifurcaciones de contornos, o abruptas terminaciones de éste, generan una topología de contornos tal, que con los métodos actuales no es posible resolver en un solo paso. Para resolver este tipo de problemas, los contornos activos geométricos presentan un mejor comportamiento.

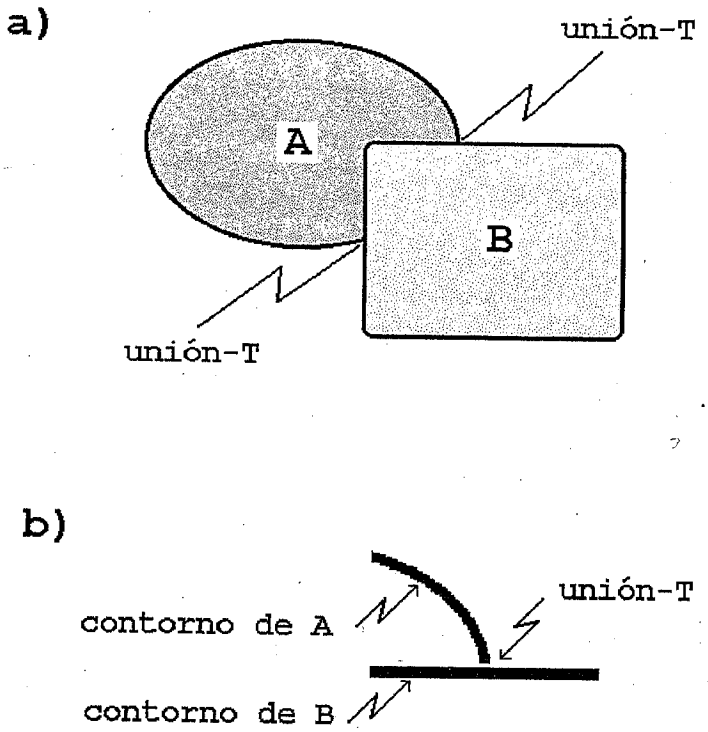


Figura 1.2.- Panel a) ejemplo de oclusión entre objetos. Panel b) detalle de buena solución de la oclusión del contorno en la unión-T.

El ruido que se presenta en la imagen, generado por los procesos de detección, transmisión, u otros, aumenta la dificultad en la determinación de contornos. El uso de filtros pasa bajas, que permiten la atenuación del ruido, es una técnica muy común empleada en el procesamiento de imágenes; pero como se discutirá más adelante, estas técnicas distorsionan las características del borde de los objetos, obteniendo así, contornos cuya precisión depende de las características del filtrado.

Los problemas de: inicialización automática, solución correcta de oclusiones, determinación en caso de topologías complicadas y filtrados apropiados que permitan una buena convergencia sin pérdida de detalles finos cuando se trabaja en imágenes con altos niveles de ruido; son actualmente problemas abiertos en la determinación de contornos.

En este trabajo abordaremos cada uno de los problemas anteriores y brindaremos la solución que permite, con el uso de contornos activos paramétricos, obtener un buen desempeño y soluciones con un alto nivel de precisión.

1.6 Organización de este trabajo.

El trabajo realizado se presenta de la siguiente manera:

- En el capítulo 2 se presentan y discuten las técnicas clásicas de contornos activos paramétricos, así como las últimas propuestas que a la fecha se han presentado. Se hace además un resumen de métodos de determinación de contornos, basados en contornos activos geométricos, y se presenta una discusión general del tema.

- El capítulo 3 presenta un nuevo tipo de contornos activos, los cuales son presentados con el nombre de ***Serpientes Atrayentes*** *(Sandwich Snakes).* Aquí se presenta una breve descripción del espacio de escalas, y se hace un especial énfasis en el uso de *Multiescala*

- El capítulo 4 presenta otro novedoso tipo de contornos activos bajo el nombre de ***Serpientes Crecientes*** *(Growing Snakes).* Aquí se presenta también una nueva técnica de regularización de los campos de fuerzas externas, llamada Campos de Medidas Gauss-Markov. Tanto en este capítulo como en el anterior se presenta una detallada descripción de los métodos y se hace un análisis de sus ventajas con respecto a los métodos ya existentes.

- El capítulo 5 presenta la discusión general del material presentado y las conclusiones finales.

Con estos novedosos métodos se mostrará: que en la determinación de contornos utilizando los contornos activos paramétricos, los problemas existentes hasta el momento son resueltos, que los campos de aplicación para esta técnica son variados, y que en todos los casos la respuesta final del sistema se presenta con un alto nivel de precisión.

2

Estado del Arte.

... dijo: ¿ Qué es eso que tienes en tu mano ?. Y él respondió: una vara.
Él le dijo, échala en tierra. Y él la echó en tierra, y se hizo una culebra...
Ex. 4.2-3

En este capítulo se presenta un análisis de los métodos más usados en la determinación de contornos y bordes, sobre imágenes digitales. Se presentan clasificados en dos grupos: los contornos activos paramétricos, llamados "serpientes" (*snakes*) y los contornos activos geométricos. En cada caso se hace un resumen de sus características principales.

Se presenta al final una discusión que resume las ventajas o carencias de cada uno de los métodos presentados para resolver problemas que se presentan en la determinación de contornos.

2.1 Contornos activos paramétricos.

2.1.1 Kass et al (1987).

Kass, Witkin y Terzopoulos [22], bajo el objetivo de diseñar funciones cuyos mínimos locales consistieran en un conjunto de soluciones alternativas en la solución del problema de la detección de líneas y contornos, plantearon la minimización de una función de energía asociada a una curva.

Ante el difícil problema de hacer la correcta selección de los elementos de ese conjunto, que por si mismos hagan la correcta descripción del contorno, le fueron adicionados términos que se relacionaran directamente con el conjunto de datos. El resultado es un modelo activo que *"cae"* a la solución correcta cuando es puesto a funcionar cerca de esta solución.

Kass et al, llamaron a este modelo *"snakes"* (serpientes), por que durante el proceso dinámico de la búsqueda del mínimo, las diferentes posiciones que adopta

la curva dan la impresión de que ésta reptara desde la posición inicial hasta la posición final.

Las serpientes fueron descritas como: una *spline de continuidad controlada*, bajo la influencia de las fuerzas de la imagen y guiada por fuerzas externas que la sujetan.

Los elementos de las serpientes son: la curva parametrizada $v(s) = (x(s), y(s))$ y su función de energía:

$$E_{serp} = \int_0^1 \left(E_{\text{int}} v(s) + E_{img} v(s) + E_{f-adic} v(s)\right) ds \tag{2.1}$$

donde E_{int} representa la energía interna, E_{img} es la energía aportada por la imagen y se le conoce como energía externa, y E_{f-adic} es la energía de fuerzas externas adicionales, que sujetan a la serpiente y que la acercan o alejan de ciertas localidades en la imagen.

La energía interna de la serpiente fue propuesta de la siguiente manera:

$$E_{\text{int}} = \frac{\alpha(s)|v_s(s)|^2 + \beta(s)|v_{ss}(s)|^2}{2} \tag{2.2}$$

El primer término de (2.2) es la primera derivada de la curva con respecto a s y penaliza la longitud, su participación es controlada por el coeficiente $\alpha(s)$ y a este término se le conoce como el término de membrana. El término de segundo orden está controlado en su participación por $\beta(s)$ y penaliza la curvatura de la serpiente, a éste se le conoce como el término de varilla o placa delgada.

En la expresión (2.1), la energía obtenida directamente de la imagen es E_{img}, su objetivo es atraer a la serpiente hacia las fronteras de los objetos, que pueden ser consideradas como líneas, bordes o terminaciones. Este es el término de energía externa y está compuesto de la siguiente forma:

$$E_{img} = \varpi_1 E_{line} + \varpi_2 E_{edge} + \varpi_3 E_{term} \tag{2.3}$$

El primer término de (2.3) es el funcional de línea, el segundo es el funcional de borde y el tercero es el de terminación. Cada uno de estos funcionales esta pesado por su correspondiente coeficiente ϖ_i.

El funcional de línea es definido simplemente como la intensidad de la imagen $E_{line} = I(x,y)$, y el signo de ϖ_1 llevará a la serpiente hacia las líneas blancas u obscuras.

El funcional de borde busca atraer la serpiente hacia zonas de altos valores de la magnitud del gradiente de la imagen $E_{edge} = -|\nabla I(x,y)|^2$ y el coeficiente ϖ_2 pesa la importancia de este funcional en la expresión de energía.

El funcional de terminación E_{term}, permite encontrar terminaciones de segmentos de líneas y esquinas, usando versiones suavizadas de la imagen $C(x,y)$, que se obtiene al convolucionar la imagen original con un kernel gaussiano (G_σ), cuya desviación estándar es σ.

$$C(x,y) = G_\sigma(x,y) * I(x,y) \tag{2.4}$$

Sea θ el ángulo del gradiente de $C(x,y)$; el vector unitario a lo largo de la dirección del gradiente $n = (\cos\theta, \operatorname{sen}\theta)$ y el perpendicular a este $n\perp = (-\operatorname{sen}\theta, \cos\theta)$. Entonces la curvatura del contorno en $C(x,y)$ es el funcional de terminación:

$$E_{term} = \frac{\partial\theta}{\partial n\perp},$$

es decir:

$$E_{term} = \frac{C_{yy}C_x^2 - 2C_{xy}C_xC_y + C_{xx}C_y^2}{\left(C_x^2 + C_y^2\right)^{3/2}} \tag{2.5}$$

Este funcional E_{term} combinado con E_{edge}, es utilizado en la determinación de contornos subjetivos, es decir aquellos formados por efectos de ilusión, y que se muestran en la realidad como segmentos del contorno buscado.

En la expresión (2.1), el término de energía correspondiente a las fuerzas de sujeción E_{f-adic}, se incluye cuando el usuario fija un punto de la serpiente a una posición de la imagen. Este efecto es incluido como un resorte que conecta ambos puntos, el de la serpiente X_1, y el punto que se seleccionó como "anclado" X_2. Lo anterior adiciona un término $-k|X_1 - X_2|^2$ a la energía de sujeción E_{f-adic}, por cada punto de anclaje incluido.

Las serpientes de Kass et al, probaron tener un buen comportamiento en la solución de problemas de determinación de contornos, cuando son inicializadas cerca del contorno a determinar y éste tiene solamente cambios suaves en su dirección, de tal forma que tanto la membrana como la varilla puedan hacer simultáneamente una buena adaptación de la curva sobre el contorno.

Las serpientes son modeladas como un sistema de N partículas. En el caso de las curvas abiertas las partículas de los extremos se fijan con condiciones iniciales y fuerzas externas que permitan a la serpiente mantener esta posición durante todo el proceso. En el caso de curvas cerradas las operaciones se hacen *módulo* N.

En el modelo discreto la minimización de la longitud se logra al conectar cada partícula con sus vecinos inmediatos, mediante un resorte de longitud de reposo igual a cero. La minimización de la curvatura se logra al conectar cada tres vecinos inmediatos con una placa o varilla delgada. La consideración simultánea de estas restricciones es lo que le da a la serpiente las características internas. El modelo de conexión de partículas se presenta en la figura 2.1.

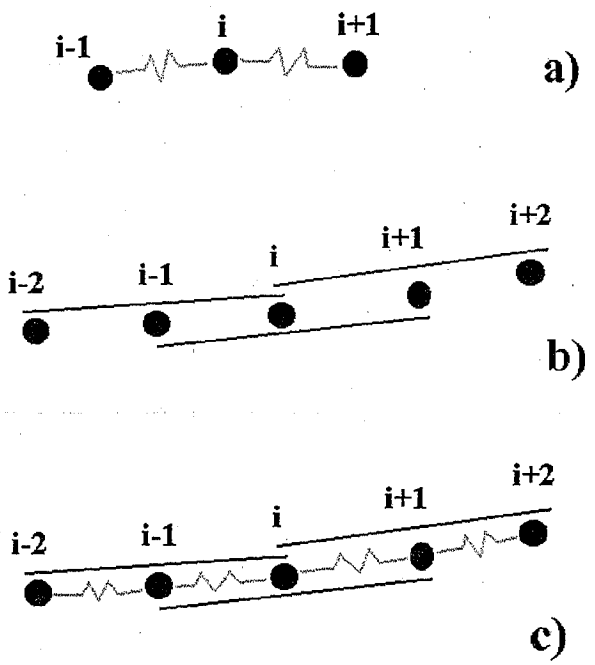


Figura 2.1.- Modelado de membrana y placa sobre las partículas de una serpiente.
a) Resortes de longitud de reposo igual a cero, b) Varilla delgada, c) Sistema simultaneo.

Del modelo presentado en la figura 2.1, puede verse que una serpiente exclusivamente de membrana (resortes), encuentra su mínimo en un solo punto, si no tiene sujeciones externas. Una serpiente de placa o varilla, encuentra su mínimo en una línea recta si esta es abierta y si es cerrada en un círculo de radio infinito. La participación de estos en la serpiente es controlada por los coeficientes de peso correspondientes.

Las serpientes son empleadas como herramientas interactivas y la participación del usuario se vuelve muy importante, sobre todo por que la posición inicial es dada por éste. Si la posición inicial es suficientemente buena la serpiente encontrará la posición final deseada, pero debido a la multimodalidad que presenta la función de energía, el método puede conducir a mínimos locales, que en la gran mayoría de los casos no son las posiciones finales deseadas.

En la Figura 2.2 se muestra la posición final de las partículas de una serpiente inicializada por el exterior del contorno formado por el libro y la taza. Con este método solo puede detectarse el contorno exterior, no resolviéndose el problema de oclusión, como el que se presenta en esa escena.

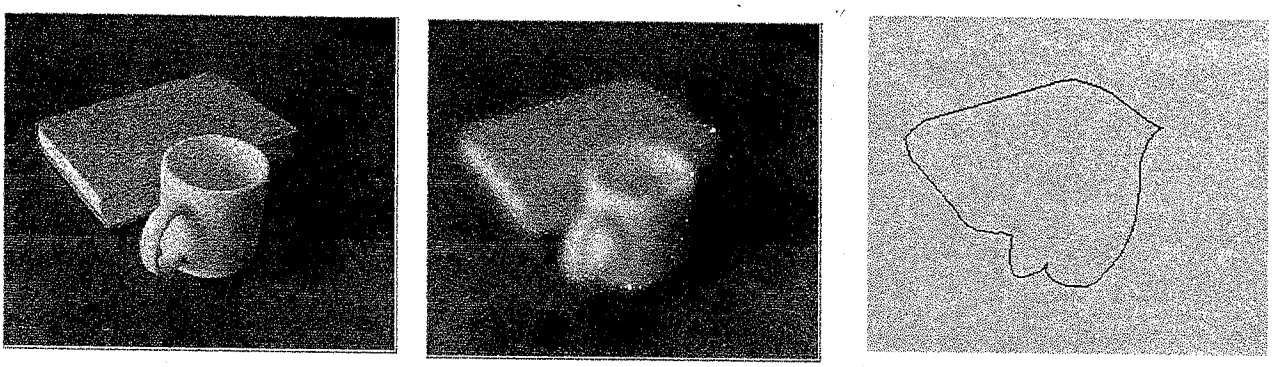


Figura 2.2.- A la izquierda se presenta la imagen original; al centro en blanco sobre la imagen suavizada con un kernel Gaussiano, la posición final de las partículas de la serpiente de Kass et al inicializada por el exterior de los objetos; a la derecha la serpiente final detectando solo el contorno externo de los objetos de la escena.

El usuario deberá de entender el mecanismo de adición de fuerzas externas de anclaje para poder dirigir la serpiente mediante la inclusión de términos a la energía de sujeción; y la habilidad que se tenga para incluir estas fuerzas que guíen a la serpiente, es otro factor que repercutirá en la solución final.

En la solución numérica, los coeficientes de la expresión (2.2), $\alpha(s), \beta(s)$ a menudo se consideran constantes, generando así una serpiente que tiene en toda su longitud las mismas características de membrana y varilla.

Esta idea fue extendida a detección de contornos en 3D, en el trabajo de Terzopoulos et al [51].

Debido a la dependencia de la posición final de la serpiente de su posición inicial, el problema de determinación de contornos en forma automática, queda abierto en este modelo.

2.1.2 Cohen (1991).

Cohen en 1991 [6], presentó el modelo de inflado (balloon model), que resuelve algunos de los problemas que con el método original se habían presentado, y en [7] se presenta la extensión del método a 3D, con una aplicación al elemento finito.

El problema principal que se presenta en el modelo de Kass et al, es que las fuerzas externas aplicadas a la curva mueven a ésta a las zonas de alto gradiente sólo si su posición inicial se encuentra lo suficientemente cerca de estas zonas, de otra forma el modelo tiende a colapsarse.

El modelo de Cohen supone que las curvas son suaves aún en los vértices de los contornos, y propone la siguiente función de energía:

$$E(v) = \int_0^1 \left(\varpi_1 |v'(s)|^2 + \varpi_2 |v''(s)|^2 + P(v(s)) \right) ds \tag{2.6}$$

El primero y segundo término se refieren a las condiciones mecánicas de la serpiente, los coeficientes ϖ_j controlan la elasticidad y la rigidez del modelo. Los primos de la expresión (2.6) representan derivación.

El potencial externo $P(v)$, depende del gradiente de la imagen y empuja a la curva a las líneas que representan los bordes de los objetos. Este potencial es determinado como:

$$P(v) = -|\nabla I(v)|^2 \tag{2.7}$$

donde I es la imagen y ∇ el operador gradiente.

La curva es entonces atraída hacia el mínimo local del potencial, que significa el máximo del gradiente, que son los contornos buscados.

La fuerza generada por la imagen es $F = -\nabla P$, y puede verse que sólo los puntos con altos valores del gradiente atraerán a la curva y los valores pequeños de F, no tendrán mucho efecto si son más pequeños que las fuerzas internas. Por lo anterior Cohen modifica esta fuerza normalizandola:

$$F = -k \frac{\nabla P}{\|\nabla P\|} \tag{2.8}$$

Lo anterior permite mantener F del orden de un pixel cuando k mantiene su magnitud cercana a la unidad. De esta forma los gradientes de la imagen tienen la misma influencia en la serpiente.

Sin embargo, si la curva inicial o parte de ella se encuentra en una zona de valor constante $F = 0$, el efecto de la minimización de la longitud, modelado con resortes de longitud de reposo igual a cero, hacen que la curva se contraiga. Para resolver este problema el modelo de inflado incluye una nueva fuerza externa, y considera la curva como un globo que se infla.

La curva inicial está orientada y se le adiciona la fuerza de inflado que empuja a la curva hacia afuera, haciéndola crecer, como si se introdujera aire desde adentro.

$$F = k_1 \vec{n}(s) - k \frac{\nabla P}{\|\nabla P\|} \tag{2.9}$$

donde $\vec{n}(s)$ es el vector normal unitario a la curva en el punto $v(s)$ y k_1 es el factor de amplitud de esa fuerza. El efecto de desinflado se produce cuando k_1 cambia de signo, o la orientación de la curva es cambiada.

En el caso de encontrar algunos puntos de ruido con altos valores de magnitud de gradiente, la curva se detendrá; el proceso de inflado generará en ese lugar un punto singular en la curva, y las propiedades de suavidad permitirán que dichos puntos sean superados y el proceso de inflado continúe.

El proceso de inflado es detenido cuando el sistema alcanza el equilibrio y el contorno se ajusta exclusivamente con las fuerzas de la imagen.

Esta propuesta es una curva abierta que obliga a dar las condiciones de extremo de la curva $v(0), v'(0), v(1), v'(1)$ para resolver el problema.

Esta técnica permite que la posición inicial pueda estar más alejada del borde que se desea determinar que en el caso propuesto en [22]; y puede moverse en dos direcciones, inclusive expandirse en zonas de gradiente cero, debido a la fuerza de inflado. Con esta fuerza externa la posición inicial puede estar por dentro o por fuera del contorno buscado, y bastará adecuar el sentido de la fuerza de inflado o desinflado.

Cuando la serpiente ha detectado el contorno es necesario que la fuerza de inflado se detenga, para que la zona de alto gradiente no sea rebasada, pues de suceder así el contorno no puede ser recuperado.

2.1.3 McInerney et al (1995)

McInerney et al [31], presentaron un modelo de serpientes adaptables a la topología (Topologically Adaptable Snakes). El modelo está dentro del marco de subdivisión de dominios y conserva las características de las serpientes.

El modelo es un contorno elástico cerrado en 2D, interconectado con resortes adaptables, que contiene una fuerza de inflado que empuja al modelo hacia los bordes de las imágenes hasta que las fuerzas externas se oponen al crecimiento.

El dominio de la imagen es descompuesto en un mallado de células discretizadas, la malla utilizada es la triangulación de Coexter-Freudenthal. Sobre cada arista del mallado sólo puede existir una partícula de la serpiente y los vértices del mallado representan la posición de los pixeles, como se muestra en la figura 2.3.

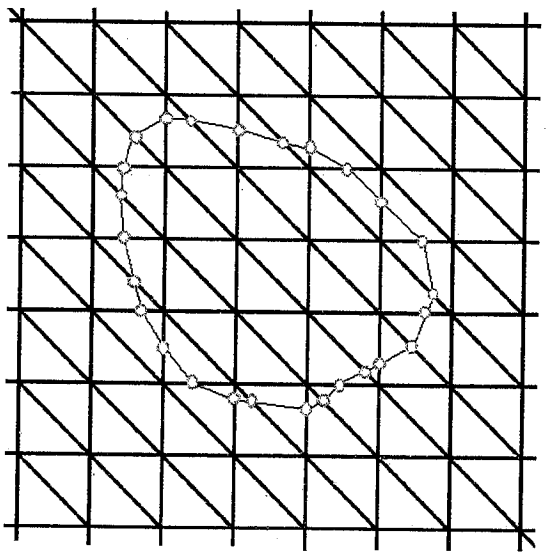


Figura 2.3.- Mallado de Coexter-Freudenthal y sobre éste, el modelo de McInerney et al de las serpientes adaptables topologicamente.

La escala del mallado puede variar si dos vértices consecutivos del mallado representan a pixeles no continuos. La escala aumenta cuando en el mallado un vértice representa a un pixel y el vértice inmediato representa a un pixel más alejado que el consecutivo, por lo que de vértice a vértice del mallado se tienen más de un pixel sobre la arista que los une. La escala disminuirá si el número de pixeles que existen de vértice a vértice del mallado disminuyen. La propuesta de McInerney et al sugiere que en dos vértices consecutivos del mallado se encuentren representados dos pixeles consecutivos de la imagen.

El modelo se mueve bajo el efecto de las fuerzas internas y externas y en cada iteración es reparametrizada con un nuevo conjunto de nodos y resortes, basado en la intersección de la curva con la malla superpuesta.

La Serpiente, es un conjunto discreto de N nodos, indexados por $i = 1,\ldots,N$ y su posición es $p_i(s) = (x_i(s), y_i(s))$, la masa de cada nodo es m_i.

La serpiente se genera al unir con una línea dos partículas consecutivas. Las partículas se encuentran sobre las aristas, pero nunca sobre los vértices del mallado. Ver figura 2.3.

Las fuerzas internas son los resortes y las fuerzas de rigidez, que respectivamente se comportan como la membrana y varilla delgada.

Los nodos se conectan en serie usando resortes no lineales y el sistema dinámico que se forma está gobernado por:

$$m_i \ddot{p}_i + \gamma_i \dot{p}_i + \alpha_i + \beta_i = f_i \tag{2.7}$$

donde $\ddot{p}$ y $\dot{p}$ son la aceleración y la velocidad de cada partícula, respectivamente; γ_i es el coeficiente de amortiguamiento y f_i son las fuerzas externas. α_i es el coeficiente de rigidez del resorte:

$$\alpha_i = a_i e_i \hat{r}_i - a_{i-1} e_{i-1} \hat{r}_{i-1}$$
$$r_i = p_{i+1} - p_i$$

$\hat{r}_i$ es el vector unitario en dirección de r_i

a_i es la rigidez del resorte.

$$e_i = \|r_i\| - L_i$$

L_i es la longitud de reposo del resorte, la cual se actualiza en cada iteración.

Al final de cada iteración se calcula un nuevo conjunto de resortes, éstos tienen una nueva longitud de reposo L_i, que se obtiene como la distancia que existe entre las partículas que con él se conectan, en la iteración anterior.

Las fuerzas de rigidez son:

$$\beta_i = b_{i+1}(p_{i+2} - 2p_{i+1} + p_i) - 2b_i(p_{i+1} - 2p_i + p_{i-1}) + b_{i-1}(p_i - 2p_{i-1} + p_{i-2})$$

y controlan la curvatura; los coeficientes b_i controlan la participación de cada término.

La fuerza de "inflado" es $h_i = kn_i$, donde k es el factor de escala de la fuerza y n_i es el vector unitario normal al contorno en el punto i. Esta fuerza es incluida al sistema como una fuerza externa. El uso de esta fuerza elimina la necesidad de un término de fuerza de inercia por lo que el modelo dinámico utilizado se obtiene haciendo $m_i = 0$ en (2.7). Al no incluir inercia el sistema se detiene en cuanto las fuerzas se equilibran.

El mallado utilizado es analizado por celdas triangulares. Estos elementos son intersectados por una curva en dos diferentes aristas únicamente, y esto es utilizado para eliminar las ambigüedades que en determinación del contorno se presentan y resolver los cambios de topología. Los vértices de estos triángulos son considerados positivos (+) si se encuentran dentro de la curva cerrada y negativos (-) si están fuera de la curva. Así, si un triángulo tiene el mismo signo en sus tres vértices, se puede concluir que se encuentra todo adentro o todo afuera de la curva cerrada, si sus signos no son todos iguales entonces la curva lo ha cortado. Ver figura 2.4.

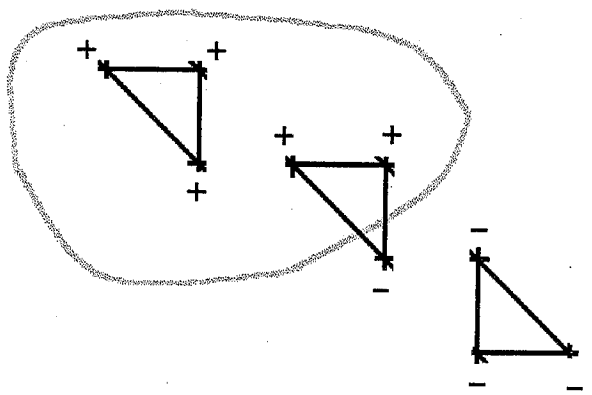


Figura 2.4.- Clasificación de los vértices de las células triangulares, por su intersección con la curva.

Cuando una serpiente colisiona con otra o consigo misma, o cuando se rompe en dos o más partes, una transformación topológica se presenta en ese lugar. En estos casos es necesario conectar o desconectar las serpientes.

Las decisiones de conexión o desconexión se toman cuando una celda de la malla (un triángulo) es cruzado más de una vez en sus aristas, y apoyados en la información de los vértices (+ o -), se hace la correspondiente modificación.

La regla de conexión es de la siguiente forma:

- Debido a que los triángulos están clasificados inequivocamente dentro o fuera de la serpiente se revisan los signos de sus vértices y en aquellos casos en que se tengan cruces de celdas por la serpiente se determinan el número de ellos.

- Cuando la arista de un triángulo ha sido cruzada más de una vez y en sus vértices se tienen signos diferentes, entonces debe de hacerse la conexión de las partículas.

- Las partículas que cortan a las aristas que tiene en sus extremos un vértice interior y un vértice exterior son conectadas para formar una sola serpiente.

- Al hacer la conexión debe de tenerse cuidado de que los vértices interiores a la serpiente antes de la conexión permanezcan interiores después de la conexión, y los vértices exteriores antes de la conexión permanezcan exteriores después de la conexión.

- Después de haber hecho todas las conexiones, las serpientes no cerradas que se generaron por este motivo son desactivadas.

Es posible aplicar algoritmo de reconexión en cada iteración, sin embargo la aplicación de esta regla es lenta y por lo tanto se recomienda que se realice sólo cada cierto número fijo de iteraciones, lo que puede hacer al sistema más rápido.

Para la determinación de los vértices internos y externos se usa la siguiente regla:

Un punto es interno a una curva si la línea que une a este punto con uno exterior corta a la curva un número de veces impar.

En la implementación cada vértice del mallado es revisado con el extremo izquierdo de la imagen, y las curvas son identificadas con un número, que es necesario re-asignar cada vez que se realiza una reconexión.

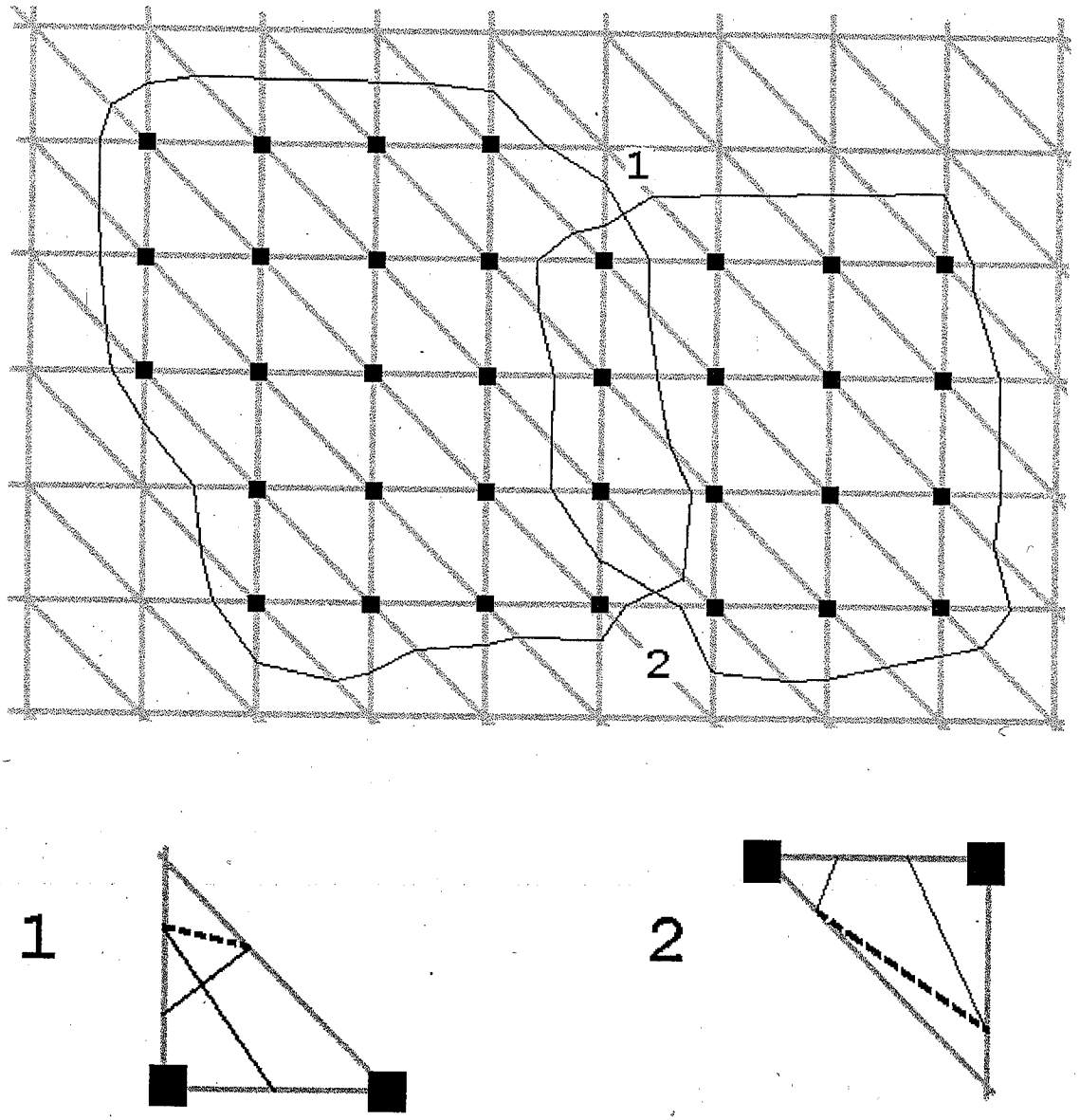


Figura 2.5.- Reconexión de serpientes. La regla de conexión se representa para las celdas 1 y 2 con la línea punteada. Los cuadros negros representan que el vértice es interno.

En la figura 2.5 se presentan dos casos de conexión, en las celdas marcadas con los números 1 y 2 las serpientes son reconectadas para formar una sola serpiente exterior. Las serpientes que quedan en el interior del contorno que resulta de la conexión, son serpientes no cerradas que van de la celda 1 a la celda 2, y son desactivadas una vez que se termina de ejecutar el algoritmo de reconexión.

Nótese que la regla de reconexión sólo es aplicada en las celdas 1 y 2, porque aunque en medio de éstas existen celdas que contienen a ambas serpientes, sólo las marcadas como 1 y 2 tienen a la vez vértices internos y externos.

Estas serpientes se siembran dentro de los objetos de interés y se dejan crecer; sin embargo la inicialización puede automatizarse sembrando serpientes a cada cierta distancia, aunque entonces debe de recurrirse a una nueva regla para la dinámica de la curva: ésta consiste en que para aquellas serpientes que no estén afectadas en alguna de sus partículas por un gradiente mayor de un umbral η, la fuerza externa sea de desinflado. Para el caso de las serpientes que tienen al menos una de las partículas con un gradiente mayor a η, la fuerza externa es de inflado.

Este sistema no soporta que existan partículas de la serpiente en los vértices del mallado, pues crea conflicto en la determinación de adentro o afuera de las serpientes en ese punto.

La dirección θ de la fuerza de inflado de una partícula i, es obtenida como la normal a la línea que forman las partículas $i-1$, $i+1$.

$$\theta = \frac{\pi}{2} + tan^{-1}\left(\frac{y_{i+1} - y_{i-1}}{x_{i+1} - x_{i-1}}\right)$$

por lo anterior se obliga a revisar la serpiente en un solo sentido.

El sistema se deja crecer y después de un número fijo de iteraciones las partículas son asignadas a la arista de mallado más cercana. Si dos o más partículas son asignadas a la misma arista se eliminan hasta que sólo quede una en esa arista. Las partículas existentes se unen con líneas rectas y en las aristas que sean cortadas por éstas se inserta una partícula. Ver figura 2.6.

Si alguna de las partículas queda sobre un vértice ésta deberá ser desplazada una cantidad ε horizontal o verticalmente; esta dirección depende de la posición de las partículas vecinas y el sentido depende del signo de los vértices, de la siguiente forma: cuando la partícula en cuestión tiene sus partículas vecinas sobre las aristas horizontales que forman el vértice de la retícula sobre la cual está, entonces su desplazamiento será vertical una distancia ε; en caso de que las partículas vecinas estén sobre las aristas verticales el desplazamiento será horizontal. La dirección del desplazamiento en ambos casos es opuesta al vértice vecino, que se encuentre dentro de la curva (signo positivo). La vecindad se considera en cada caso, sólo sobre los dos vértices hacia los cuales el desplazamiento puede dirigirse.

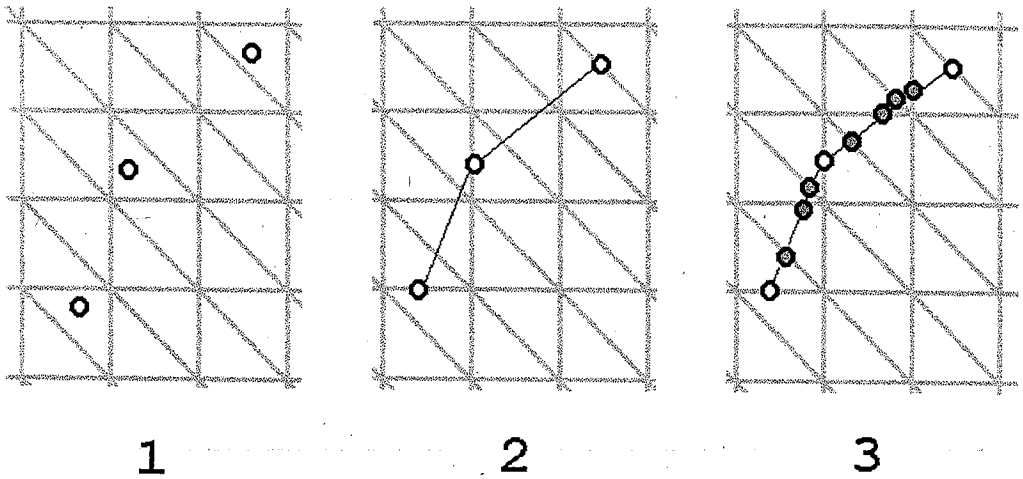


Figura 2.6.- 1) Posición de las partículas después de un número fijo de iteraciones. 2) posiciones de las partículas sobre el mallado. 3) inserción de partículas sobre el mallado.

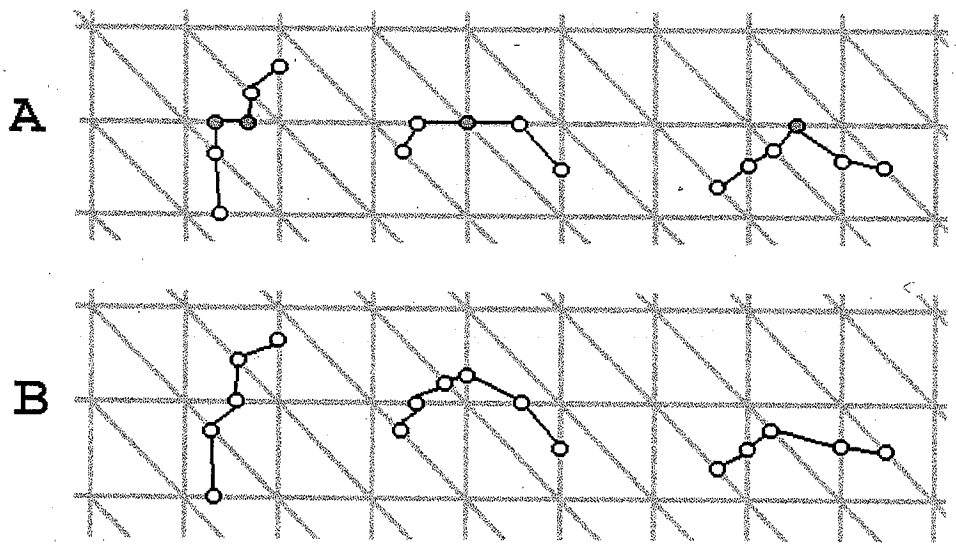


Figura 2.7.- Las configuraciones del panel A, son no válidas, la partícula en obscuro debe de ser cambiada de posición o eliminada. El panel B muestra el cambio que debe de realizarse para cada caso.

Debido al desplazamiento descrito anteriormente es necesario, cuando éste ocurra, que sean revisadas las líneas que unen las partículas y si cortan alguna arista donde no existan partículas es necesario insertarlas.

También es necesario que en los casos en donde las aristas no son cortadas sino sólo tocadas por la serpiente, esta partícula sea eliminada; de no hacerlo así el sistema reportará un error en la determinación de los vértices de adentro y afuera de la curva. Ver figura 2.7.

El crecimiento de la serpiente en la dirección perpendicular a las diagonales del mallado presenta una mayor dificultad que en cualquier otra dirección, esto es debido a que el sistema siempre coloca a las partículas sobre las aristas del mallado.

En este método el problema de oclusión, consistente en la bifurcación del contorno debido a que un objeto tapa a otro en la escena, no es resuelto. Lo anterior se debe a que en el caso de una oclusión, dos serpientes se acercan a un contorno, una de cada lado de éste; al llegar al contorno, ambas se funden en una sola serpiente debido a que las reglas descritas anteriormente se aplican por tener más de una serpiente en la misma celda. Esto se ilustra en la imagen de la figura 2.8. Esta es una figura sintética sin ruido, donde se presenta una imagen con dos rectángulos, uno de ellos ocluyendo al otro. Cada rectángulo presenta un tono diferente de gris y ambos están sobre un fondo negro.

Las serpientes de McInerney et al son sembradas en varias posiciones interiores; se utilizaron inicialmente 19 y la fuerza externa que se empleó es de inflado.

Puede verse en la figura 2.8, que cuando dos serpientes se acercan al contorno buscado, una de cada lado de éste, ambas se funden en una sola y el contorno interior es perdido, obteniéndose solo el contorno exterior.

La serpiente sembrada en la parte superior es atraída por el gradiente tan grande que se presenta en el borde superior. Lo anterior es por que la fuerza de inflado es insuficiente para crecer en el sentido opuesto, y toda la serpiente es controlada por el gradiente. La zona de influencia del gradiente se ha extendido debido a que la imagen original fue convolucionada con un filtro pasa bajas de kernel Gaussiano con $\sigma = 1.5$. Nótese que no es posible aumentar la magnitud de la fuerza de inflado porque se perdería el contorno en las zonas donde la magnitud del gradiente es muy pequeña.

La primera imagen corresponde a la imagen original con el sembrado de las serpientes. La evolución del sistema se presenta para cada 10 iteraciones; puede verse que de entre la iteración 60 y la 70, el sistema desarrolla serpientes internas que son eliminadas por definición, pues todas se encuentran en celdas con vértices interiores. El sistema converge en la iteración 190 y sólo describe el contorno exterior.

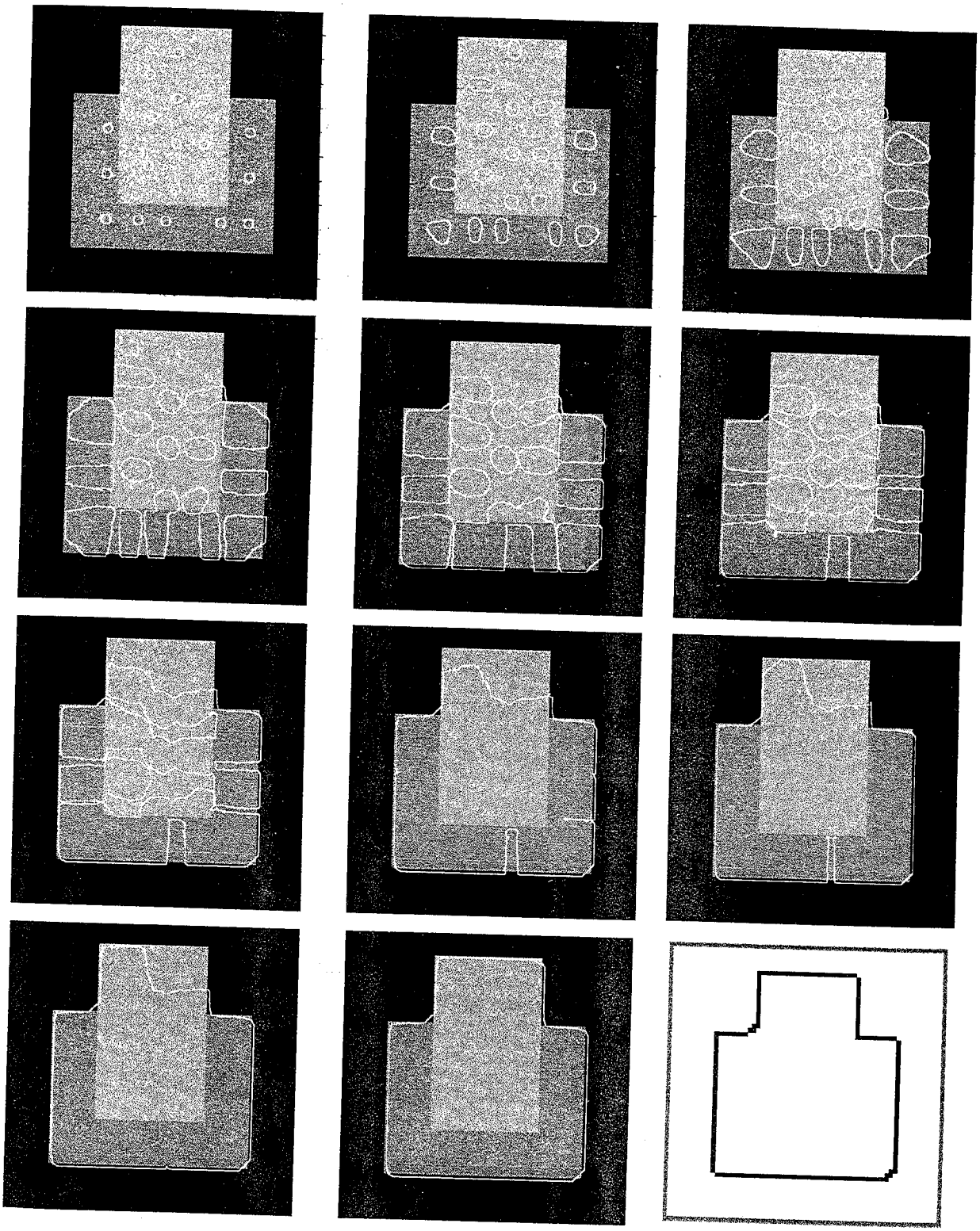


Figura 2.8.- De izquierda a derecha y de arriba abajo: Imagen original con el sembrado de serpientes, iteraciones 10,20,30,40,50,60,70,80,90 y 190 convergencia del sistema. Última imagen: croquis de solución.

Las serpientes de la figura 2.8 se actualizaron con el algoritmo de reconexión cada 5 iteraciones y los parámetros empleados son los mismos recomendados por McInerney et al.

Este modelo es muy sensible al ruido, por lo que imágenes con alto nivel de ruido no presentan un buen comportamiento.

La Figura 2.9, presenta una imagen que contiene un rectángulo de tono gris obscuro sobre un fondo más claro. Esta imagen tiene ruido Gaussiano, y se ha probado para el método de McInerney et al. Cuando el sistema se estabiliza las serpientes no describen el contorno buscado y se han detenido en mínimos locales. Se presenta una secuencia del desempeño de las serpientes.

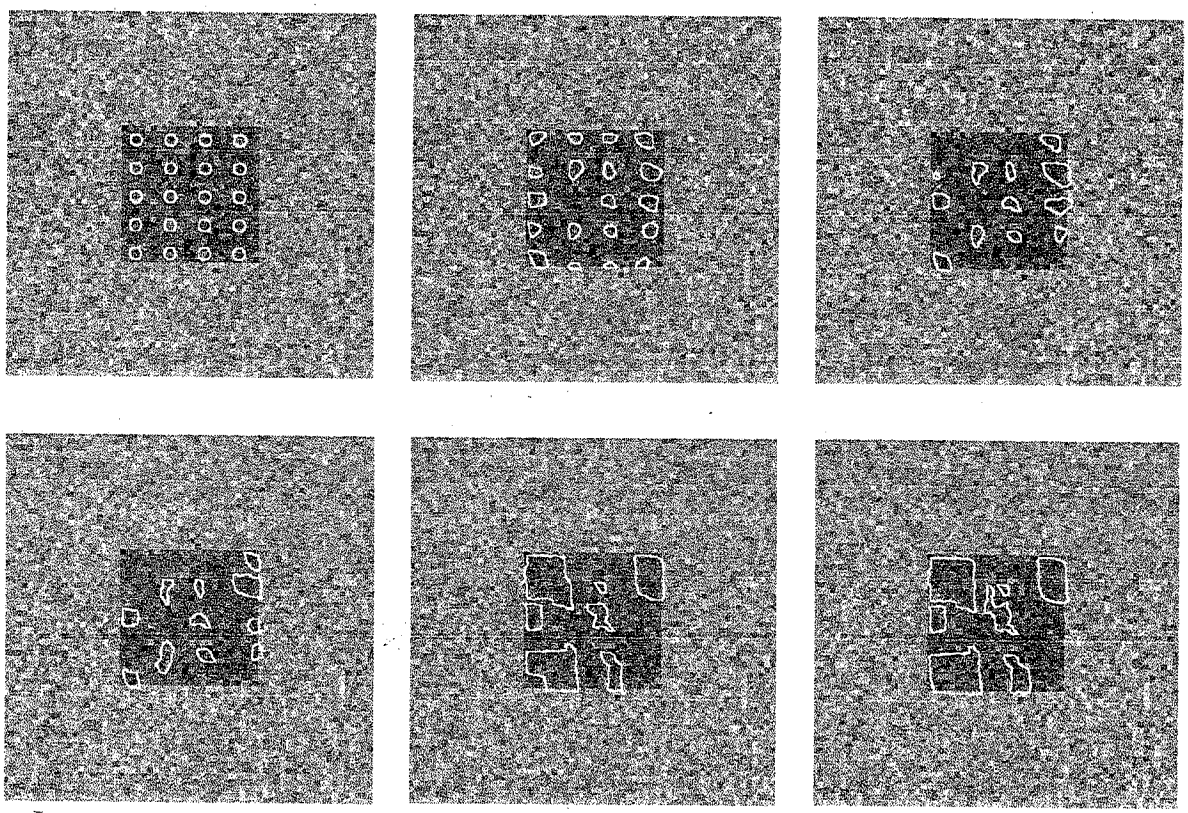


Figura 2.9.- De izquierda a derecha de arriba abajo: imagen original con ruido Gaussiano y sembrado de las serpientes. Iteraciones 2,5,10,50 y 150 donde el sistema converge.

El algoritmo de reconexión en el experimento de la figura 2.9 se aplicó a cada iteración y el sistema al estabilizarse no describe el contorno buscado. La fuerza de inflado fue usada nuevamente como fuerza externa.

2.1.4 Gunn and Nixon (1997).

Gunn y Nixon [15][16]; introdujeron las serpientes duales (dual snakes). Con este modelo se pueden describir los contornos de objetos aún cuando la imagen contenga un alto nivel de ruido, y la posición inicial no sea dada con alta precisión.

Las serpientes duales son dos curvas cerradas interactuando, una serpiente empieza desde adentro del contorno de interés y la otra curva se inicializa en el exterior del mismo. La serpiente interior crece mientras simultáneamente la exterior se contrae. Como en los casos anteriores, las serpientes duales se modelan como un conjunto de N partículas. En este caso la serpiente interior y la serpiente exterior tienen el mismo número de partículas y cada partícula de la serpiente interior al contorno está relacionada con una partícula de la serpiente exterior.

El método propone la adición de una fuerza externa que permite que los mínimos locales sean superados. Esta fuerza se calcula para cada par de partículas, una partícula de la curva externa y la correspondiente de la curva interna. La fuerza actúa sobre la partícula que tiene la energía más alta, y su dirección es desde la partícula sobre la que se aplica la fuerza, hacia la otra partícula.

Este modelo adiciona además dos restricciones a las curvas:

1) Los puntos del contorno están igualmente separados.

$$|p_{i-1} - p_i| = |p_{i+1} - p_i| \tag{2.8}$$

2) El contorno tomará una forma específica, controlada por el ángulo interno φ entre las partículas, (Ver figura 2.10).

$$\varphi = \frac{(N-2)\pi}{N} \tag{2.9}$$

Las restricciones dan a las serpientes una forma pre-definida; así, el contorno discreto es un polígono que tiene la forma especificada por las expresiones anteriores. La aplicación de (2.8) y (2.9) son para la serpiente un *factor de forma*, para este modelo es circular y aún cuando puede detectar otras formas, éstas deben de ser muy parecidas a la que se describe con el factor.

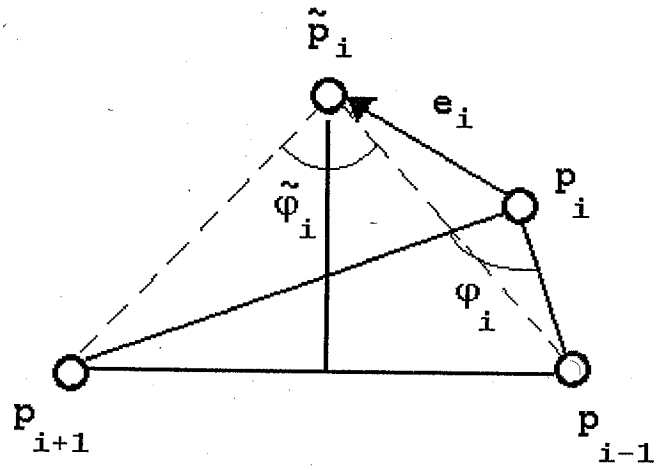


Figura 2.10.- Detalle de las fuerzas internas que se consideran en el modelo de Gunn y Nixon.

La aplicación de las expresiones (2.8) y (2.9), llevan a cada partícula desde su posición p_i a una nueva posición $\tilde{p}_i$ para cumplir con la exigencia de las restricciones. El vector de desplazamiento e_i, está calculado basado en los puntos vecinos a p_i de la siguiente forma:

$$e_i = \tilde{p}_i - p_i$$

$$e_i = \frac{1}{2}(p_{i+1} + p_{i-1}) - p_i + \frac{1}{2}\theta R(p_{i-1} - p_{i+1})$$

donde R es un matriz de rotación $(+90^\circ)$ y θ está relacionada con la tangente del ángulo local, que para el contorno discreto con N puntos (polígono de $N-lados$), esto es:

$$\theta = \cot\left(\frac{(N-2)\pi}{2N}\right) = tan\left(\frac{\pi}{N}\right)$$

La energía asociada e_i es:

$$E_{l_{shape}}(p_i) = \frac{1}{2}\left(\frac{|e_i|}{h}\right)$$

donde h es el tamaño de paso.

La ecuación de energía del contorno completo está dado por:

$$E_{snake}(p) = \frac{1}{N}\sum_{i=0}^{N-1} \lambda E_{l_{shape}}(p_i) + (1-\lambda)E_{ext}(p_i) \tag{2.10}$$

λ es el parámetro de regularización y toma valores entre 0 y 1. Sí $\lambda = 1$ el contorno es completamente regularizado y su solución depende sólo de sus fuerzas internas, tomando entonces la forma definida por (2.8) y (2.9).

La energía externa para todos los casos es $E_{ext}(v) = -|\nabla I(v)|$. Para los casos de posiciones no enteras de las partículas, la energía externa se determina por interpolación bilineal.

El contorno $v(s)$ evoluciona de acuerdo a:

$$p_i^{t+1} = p_i^t + \frac{1}{2}\left(\lambda\frac{e_i}{h} + (1-\lambda)F_i\right) + g(t)\frac{u_i - p_i^t}{|u_i - p_i^t|} \tag{2.11}$$

donde F_i es la fuerza externa, u_i es la partícula del otro contorno y $g(t)$ es la fuerza externa que actúa sobre la partícula de mayor energía en dirección de su correspondiente partícula en la otra curva.

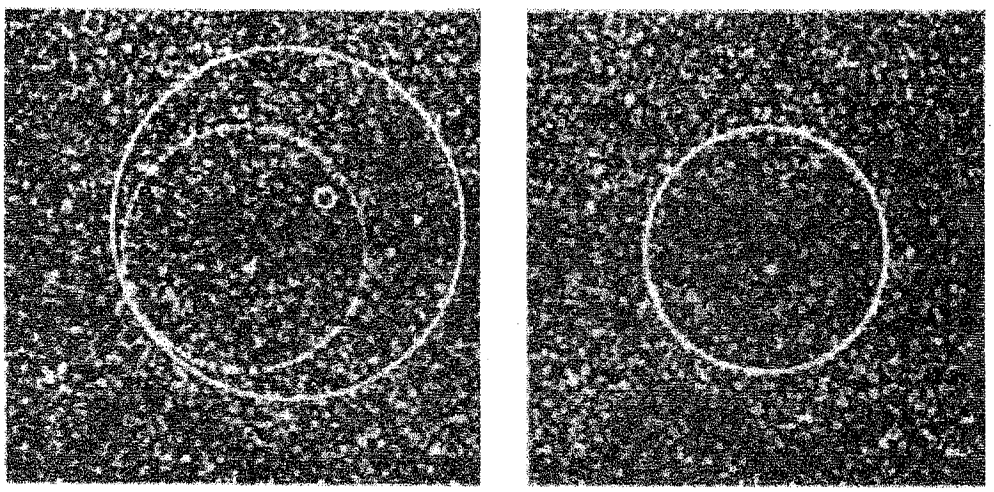
El algoritmo de minimización es el siguiente:

1. Se selecciona el contorno que contiene la mayor energía, evaluada con la expresión (2.10).
2. Se revisa si sus desplazamientos cumplen con la siguiente condición: $\max_i |p_i^{t+1} - p_i^t| < \delta$, de ser cierto, entonces la fuerza externa $g(t)$ se aumenta hasta lograr que el desplazamiento sea mayor que el umbral seleccionado δ.

3. Cuando la energía empieza a disminuir, la fuerza $g(t)$ es retirada y se permite que el contorno entre nuevamente en equilibrio.
4. Si ambas curvas han encontrado el mismo equilibrio, el algoritmo se detiene; en caso contrario se regresa al paso 1.

Los desplazamientos máximos por partícula, por iteración, son controlados para que no sean mayores de un pixel.

El factor λ, que controla la regularización y que toma valores entre $[0,1]$, tiene un importante efecto sobre el comportamiento de la serpiente. Para valores de $\lambda > 0.05$ se tienen curvas controladas casi totalmente por el factor de forma. En los experimentos reportados por Gunn et al, usan un $\lambda = 0.5$, por lo que sus curvas son altamente controladas por el factor de forma y no es posible de este modo recuperar contornos que no tengan esta forma. Lo anterior se muestra en la figura 2.11, donde se presenta una de los experimentos reportados por Gunn et al.



a) b)

Figura 2.11.- Método de Gunn y Nixon. Panel a) Imagen original con posiciones iniciales. Panel b) Solución sobre contorno que coincide con el factor de forma.

El factor de forma es la mayor restricción del método, pues no permite que complicadas o caprichosas formas de contornos sean detectadas. Así, si un objeto tiene un contorno que no puede ser descrito con un factor de forma el método no reporta buenos resultados, como puede verse en la figura 2.12, donde se presenta

un objeto no convexo, y el método de las serpientes duales es controlado altamente por su factor de forma y no puede detectar el contorno correctamente.

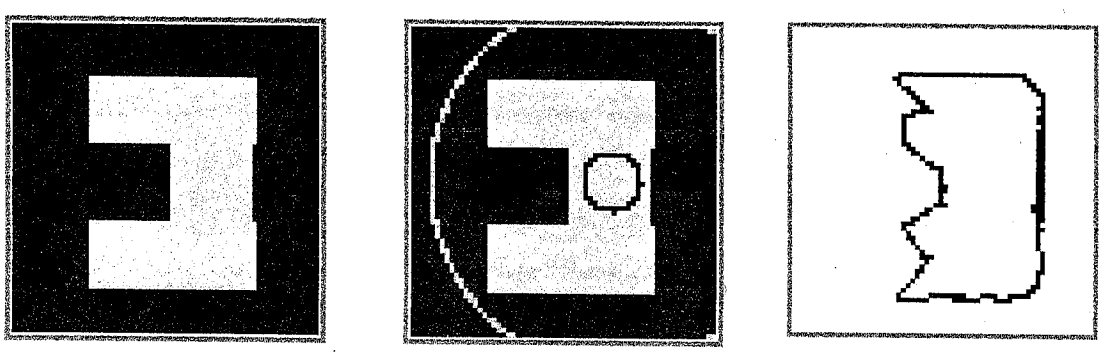


Figura 2.12.- Izquierda: imagen original. Centro: posición inicial de las serpientes. Derecha: solución con las serpientes duales.

2.1.5 Xu et al (1997).

La propuesta de Xu et al [56], consiste en modificar el modelo de fuerzas externas, buscando con esto el dotar de una mayor flexibilidad al sistema.

Partiendo de la formulación de Kass et al [22], la energía de la serpiente se determina como:

$$E = \int_0^1 \left(\frac{1}{2}\left(\alpha|X'(s)|^2 + \beta|X''(s)|^2\right) + E_{ext}(X(s))\right)ds \tag{2.12}$$

La energía externa se determina inicialmente, y es un "mapa de bordes" que puede obtenerse con alguna de las siguientes expresiones:

$$E^1_{ext}(x,y) = |\nabla I(x,y)| \tag{2.13 a}$$

$$E^2_{ext}(x,y) = |\nabla(G_\sigma * I(x,y))| \tag{2.13 b}$$

Entonces una serpiente que minimiza E, debe de satisfacer la ecuación de Euler:

$$\alpha X''(s) - \beta X''''(s) - \nabla E_{ext} = 0$$

(2.14)

Esta expresión puede ser vista como una ecuación de balance de fuerzas, $F_{\text{int}} + F_{ext} = 0$, donde $F_{\text{int}} = \alpha X''(s,t) - \beta X(s,t)$, y $F_{ext} = -\nabla E_{ext}$.

Tratando a X como una función del tiempo t y de s; entonces la primera derivada parcial de X con respecto a t, es igual al primer miembro de (2.14) y tenemos:

$$X_t(s,t) = \alpha X''(s,t) - \beta X''''(s,t) - \nabla E_{ext}$$

(2.15)

En este método se propone un "campo de flujo de gradiente", que es el campo vectorial $V(x,y) = (u(x,y), v(x,y))$ que minimiza la siguiente función de energía:

$$E = \iint \mu\left(u_x^2 + u_y^2 + v_x^2 + v_y^2\right) + \left|\nabla E_{ext}\right|^2 \left|V - \nabla E_{ext}\right|^2 dxdy$$

(2.16)

Esta formulación suaviza el resultado donde no hay datos. Así, si $|\nabla E_{ext}|$ es pequeño, la energía es dominada por las derivadas parciales del campo vectorial; de otra forma cuando $|\nabla E_{ext}|$ es grande el segundo término domina la integral y se minimiza cuando $V = \nabla E_{ext}$. El parámetro de regularización es μ y controla la participación entre ambos términos.

El campo vectorial $V(x,y)$ se normaliza y sus magnitudes toman valores entre $[0,1]$

Después de calcular $V(x,y)$, se reemplaza éste por la fuerza $-\nabla E_{ext}$ en la expresión (2.15), y se tiene la siguiente ecuación dinámica:

$$X(s,t) = \alpha X''(s,t) - \beta X''''(s,t) + V$$

(2.17)

A esta expresión la llaman serpiente del campo vectorial del gradiente (GVF snake). Esta ecuación se resuelve por discretización y solución iterativa.

Este método genera una zona de influencia alrededor de los bordes o contornos de los objetos, en donde las fuerzas externas se concentran, y su magnitud está pesada por la magnitud de su gradiente.

En la figura 2.13, se muestra el campo vectorial de gradiente que se obtiene con esta técnica. La figura 2.13 a), muestra la imagen original, que contiene un objeto circular; la imagen no contiene ruido y en el panel b) se muestra el campo obtenido, en él se ejemplifican con flechas las direcciones obtenidas.

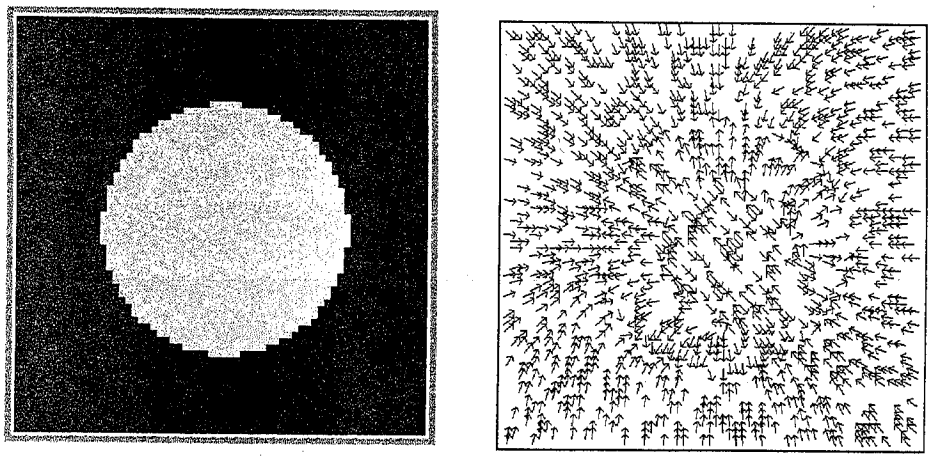


Figura 2.13.- Izquierda: imagen original sin ruido. Derecha: campo vectorial del gradiente obtenido con las expresiones de Xu et al.

Los autores de esta propuesta sugieren que el parámetro μ se incremente en situaciones de ruido. Pero como se verá más adelante, el campo de fuerzas externas obtenidas en esos casos no es siempre el más conveniente.

2.2 Contornos activos geométricos.

Todos los modelos hasta ahora discutidos resuelven algunos de los problemas a los que se enfrenta la determinación de contornos. Todos presentan una solución con contornos activos paramétricos; sin embargo, la topología que logran resolver está limitada, pues ninguno de estos métodos resuelve el problema de oclusiones o cambios de topología y la inicialización es manual.

Las propuestas basada en métodos geométricos, donde los conjuntos de nivel y las curvas geodésicas pretenden superar estas limitaciones, son utilizadas para resolver los problemas de la detección de contornos. Fueron propuestas simultáneamente por Malladi et al [25] y Caselles et al [3]. Aquí presentaremos sólo el trabajo de Malladi et al.

2.2.1 Malladí et al (1995).

Malladi et al [25], proponen el uso de frentes de propagación a través de una aproximación con conjuntos de nivel (level set).

Inicialmente se considera una curva cerrada $\gamma(0)$, que es la curva inicial, ésta es suave y se mueve en $\Re^2$. $\gamma(t)$ es una familia de curvas generadas al mover $\gamma(0)$ a lo largo de su campo vectorial normal con velocidad $F(K)$ donde K es la curvatura.

La idea central en la aproximación por conjuntos de nivel, es representar el frente $\gamma(t)$ como el conjunto de nivel $\{\Psi = 0\}$ de una función Ψ.

La interface de propagación se mantendrá entonces, como el conjunto de nivel $\{\Psi = 0\}$.

Sea $\Psi(X, t = 0)$, para $X \in \Re^2$, la función que está definida como:

$$\Psi(X, t = 0) = \pm C \tag{2.18}$$

donde C es la distancia desde X hasta $\gamma(0)$; el signo mas (menos), se escoge si el punto X está afuera (adentro), de la curva inicial $\gamma(0)$.

Entonces la función inicial es: $\Psi(X, t = 0): \Re^3 \to \Re$, con la propiedad de que:

$$\gamma(0) = \{X | \Psi(X, t = 0) = 0\} \tag{2.19}$$

Considérese el ejemplo de la expansión de un círculo. Supóngase un frente inicial γ a tiempo $t = 0$, que es un círculo en el plano $x - y$, figura 2.14 a). Imaginemos que el círculo es el conjunto de nivel $\{\Psi = 0\}$ de una superficie inicial $z = \Psi(x, y, t = 0)$ en $\Re^3$, figura 2.14 b). Entonces puede tenerse una familia de curvas $\gamma(t)$ asociada con una familia de superficies $z = \Psi(x, y, t)$, de tal modo que el conjunto de nivel $\{\Psi = 0\}$ de éstas últimas, siempre produzca el frente de movimiento de $\gamma(t)$, hasta el punto X. Figura 2.14 c) y figura 2.14 d).

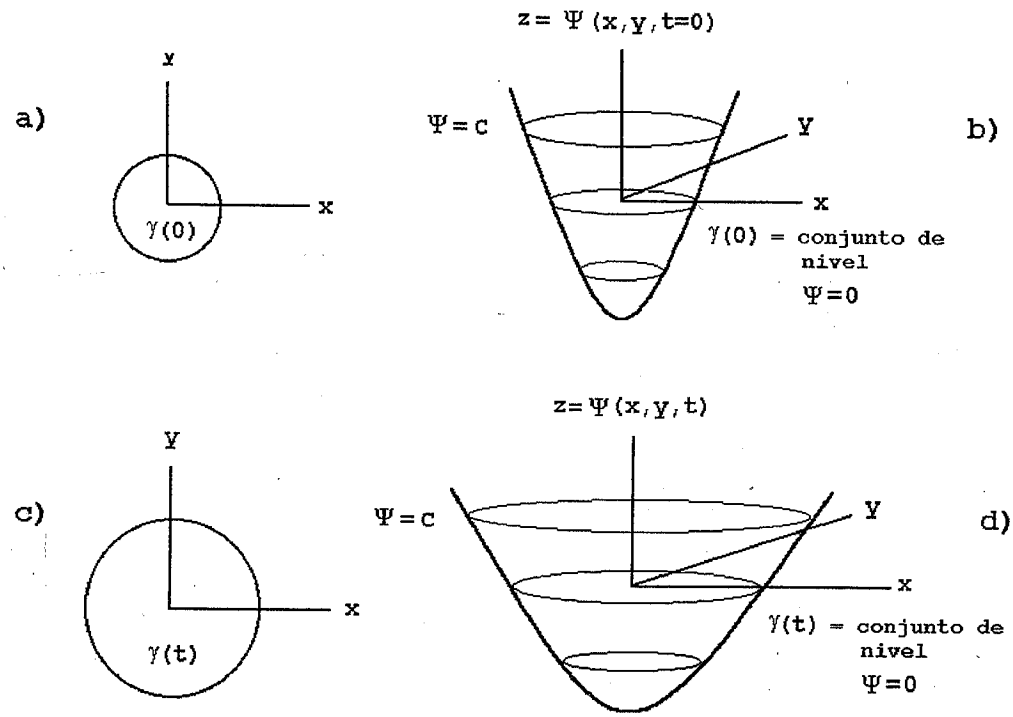


Figura 2.14.- Círculo como frente inicial. a) y b) muestran la curva γ y la superficie $\Psi(x,y)$ a tiempo $t=0$. c) y d) muestran la curva γ y la superficie $\Psi(x,y)$ a tiempo t.

La ecuación de evolución de Ψ es:

$$\Psi_t + F|\nabla\Psi| = 0 \tag{2.20}$$

Para cierta forma de F, la ecuación (2.20) toma la forma de la ecuación estándar de Hamilton-Jacobi [40].

Esta formulación presenta 4 ventajas:

1.- La función $\Psi(X,t)$ es siempre una función suave. El conjunto de nivel $\{\Psi=0\}$, y por lo tanto la curva $\gamma(t)$, puede cambiar de topología, romperse o formar esquinas agudas conforme la función se desarrolla.

2.- Permite ser presentada como aproximación numérica, usar una malla discreta en el dominio de las X, y sustituir las derivadas espacial y temporal por aproximación con diferencias finitas.

Por ejemplo, usando un mallado uniforme de espacios h, con nodos i, j, la aproximación Ψ_{ij}^{n} a la solución $\Psi(ih, jh, n\Delta t)$ donde Δt es el incremento de tiempo, se puede escribir:

$$\frac{\Psi_{ij}^{n+1} - \Psi_{ij}^{n}}{\Delta t} + F\left(\nabla_{ij}\Psi_{ij}^{n}\right) = 0 \tag{2.21}$$

usando diferencias finitas hacia adelante en el tiempo y haciendo $\nabla_{ij}\Psi_{ij}^{n}$, el operador apropiado de la derivada espacial en diferencias finitas.

3.- Las propiedades geométricas intrínsecas del frente, pueden ser fácilmente determinadas desde la función Ψ. Así para cualquier punto del frente, el vector normal está dado por: $\vec{n} = \nabla\Psi$, y la curvatura es obtenida como:

$$K = \nabla \cdot \frac{\nabla\Psi}{|\nabla\Psi|} = -\frac{\Psi_{xx}\Psi_y^2 - 2\Psi_x\Psi_y\Psi_{xy} + \Psi_{yy}\Psi_x^2}{\left(\Psi_x^2 + \Psi_y^2\right)^{3/2}} \tag{2.22}$$

4.- No existen diferencias significativas en desarrollar frentes en 3D.

Para anexar al frente de propagación un criterio de paro, se define una función F de velocidad, que considera los datos de la imagen.

$$F = F_A + F_G \tag{2.23}$$

donde F_A es el término de flujo, y es independiente de la geometría del frente, que se contrae o expande con esta velocidad. Este término es análogo al término de inflado de [6].

F_G depende de la geometría, y es un término de difusión que suaviza las regiones con alta curvatura. Este término tiene el mismo efecto que los términos de energía interna de [22] (membrana y placa).

La ecuación (2.20) queda de la siguiente forma:

$$\Psi_t + F_A|\nabla\Psi| + F_G|\nabla\Psi| = 0 \tag{2.24}$$

Considerando que se mueve independientemente de su geometría $F_G = 0$, tenemos que $F = F_A$ y el frente sólo se mueve a velocidad constante.

Definiendo la velocidad negativa F_I como:

$$F_I(x,y) = \frac{-F_A}{(M_1 - M_2)}\left(\nabla(G_\sigma * I(x,y))| - M_2\right) \tag{2.25}$$

donde $M_1 = max|\nabla(G_\sigma * I(x,y))|$; $M_2 = min|\nabla(G_\sigma * I(x,y))|$ y $G_\sigma * I(x,y)$ es la convolución de la imagen con un filtro pasa baja de kernel Gaussiano de σ fija.

F_I tiene un rango $[-F_A, 0]$ y haciendo $F = F_A + F_I$, se incluye un criterio de paro, de tal forma que cuando el frente se acerca a M_1, la velocidad F tiende a cero (se detiene en las zonas de gradiente alto).

Por otro lado, si $F_G \neq 0$ no es posible encontrar un término aditivo de velocidad, que ocasione que la velocidad en el frente se aproxime a cero en la vecindad del contorno deseado. Es necesario entonces afectar la función de velocidad por un coeficiente k_I, que se define:

$$k_I(x,y) = \frac{1}{1 + |\nabla(G_\sigma * I(x,y))|} \tag{2.26 a}$$

o utilizar funciones como:

$$k_I(x,y) = \exp\left(-|\nabla(G_\sigma * I(x,y))|\right) \tag{2.26 b}$$

Al usar (2.26 a) o (2.26 b) para evaluar k_I, la velocidad queda determinada por el gradiente de la imagen.

Los términos de velocidad tienen significado solo en la frontera $\gamma(t)$, esto es, en la curva de nivel de $\{\Psi = 0\}$; pero la ecuación de movimiento (2.20) está escrita para toda la función Ψ definida sobre el dominio completo, por lo que es necesario que la ecuación de evolución tenga sentido consistente para cualquier punto (x,y).

Para resolver el problema anterior se construye una imagen de velocidades $\hat{F}_I$, que es definida globalmente, y es llamada una extensión de F_I fuera del conjunto de nivel $\{\Psi = 0\}$, por que extiende su significado a otras superficies de nivel.

La extensión de la función de velocidad se construye haciendo que el valor de $\hat{F}_I$ en el punto P del conjunto de nivel $\{\Psi = C\}$, sea el valor de F_I en el punto Q, tal que el punto Q del conjunto de nivel $\{\Psi = 0\}$, es el más cercano al punto P. A cada punto de cada conjunto de nivel, le es asignado el valor F_I del punto más cercano del conjunto de nivel $\{\Psi = 0\}$. Ver figura 2.15.

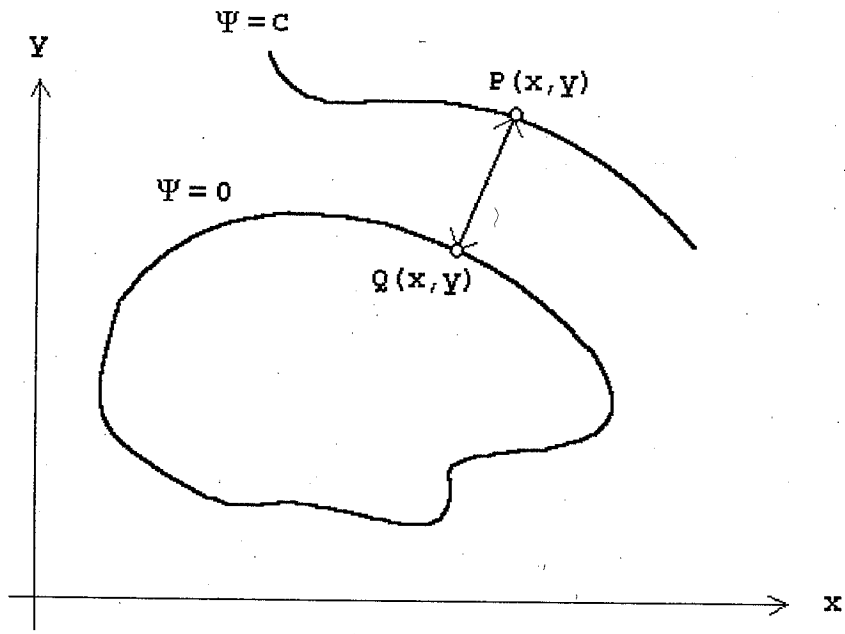


Figura 2.15- Extensión de los términos de velocidad a otras curvas de nivel. El valor del punto P, es asignado como el valor del punto Q más cercano a él, sobre el conjunto de nivel $\{\Psi = 0\}$.

En el caso de que $F_G \neq 0$, la extensión del coeficiente $\hat{k}_I$ se realiza con el mismo criterio que el descrito anteriormente para $\hat{F}_I$.

La ecuación (2.20) queda entonces:

Si $F = F_A$

$$\Psi_t + \left(F_A + \hat{F}_I\right)\left|\nabla\Psi\right| = 0$$

(2.27)

Si $F = F_A + F_G$

$$\Psi_t + \hat{k}_I (F_A + F_G) |\nabla \Psi| = 0 \tag{2.28}$$

Así, el algoritmo empleado para determinar la evolución del frente es:

1).- Para cada $(i\Delta x, j\Delta y)$ de la malla; donde Δx y Δy son los tamaños de paso en cada dirección, se calcula la extensión de la imagen de los términos de velocidad $\hat{k}_I$, buscando el punto Q que está en el conjunto de nivel $\{\Psi = 0\}$, y que es el más cercano a $(i\Delta x, j\Delta y)$; y el valor $\hat{k}_I$ en ese punto, es el valor de k_I correspondiente al punto Q.

2).- Con los valores de velocidad extendidos $(\hat{k}_I^n)_{ij}$ y los valores de Ψ_{ij}^n, se calcula Ψ_{ij}^{n+1} usando el esquema de diferencias finitas, basados en la expresión (2.21).

3).- Se construye una aproximación del conjunto de nivel $\{\Psi = 0\}$ partiendo de Ψ_{ij}^{n+1}. Para una celda $c(i,j)$ se revisa si: $max(\Psi_{i,j}, \Psi_{i+1,j}, \Psi_{i,j+1}, \Psi_{i+1,j+1}) < 0$ o si $min(\Psi_{i,j}, \Psi_{i+1,j}, \Psi_{i,j+1}, \Psi_{i+1,j+1}) > 0$, entonces $c(i,j) \notin \{\Psi = 0\}$ y es ignorado. En caso contrario se calcula la posición de $\{\Psi = 0\}$ con interpolación bilineal. La unión de todos estos puntos genera la aproximación del conjunto de nivel $\{\Psi = 0\}$.

4).- Hacer $n = n+1$ y regresar al paso 1).

Debido a lo caro que resulta el algoritmo anterior, Malladi et al proponen la siguiente extensión con reinicialización.

La construcción anterior puede crear una extensión discontinua de velocidades; se propone resolver esto con una reinicialización de la función del conjunto de nivel cada número fijo de incrementos de tiempo para mantener los conjuntos de nivel espaciados uniformemente alrededor del frente.

El costo más caro se paga al calcular la imagen de la extensión de velocidad, por que a cada punto de la malla se le debe de calcular el punto de $\{\Psi = 0\}$, más cercano a éste. Si además se toma $F_G = 0$, para estabilizar el sistema se hace necesario usar incrementos de tiempo muy pequeños en mallas muy finas, lo que hace el cálculo muy lento.

Como una alternativa de hacerlo más eficiente, el frente se mueve actualizando su conjunto de nivel en una pequeña vecindad de $\{\Psi = 0\}$, en lugar de

utilizar toda la malla. Para eso se utiliza una banda angosta a su alrededor (narrow band).

La banda angosta está limitada por dos curvas que son los conjuntos de nivel $\left\{\Psi = \pm\frac{\delta}{2}\right\}$, y estas permanecen fijas. $\{\Psi = 0\}$ se mueve dentro de la banda hasta que choca con los bordes de la banda delgada, por lo que se realiza una actualización que permite la reínicialización de Ψ, y se construye una nueva banda. El procedimiento anterior se aplica con el siguiente algoritmo.

1).- hacer el número de iteración $m = 0$.

2).- a cada punto (i, j) de la malla que está dentro de la banda delgada se le calcula la imagen de extensión $\hat{k}_I$ del término de velocidad.

3).- con el anterior valor de $\left(\hat{k}_I^m\right)_{ij}$ y Ψ_{ij}^m, se calcula Ψ_{ij}^{m+1} usando el esquema de diferencias finitas, basados en la expresión (2.21).

4).- se construye la nueva aproximación para $\{\Psi = 0\}$ a partir de Ψ_{ij}^{m+1}.

5).- se incrementa m en 1; si el valor de m es igual a l, que es el número de pasos requeridos para mover el frente a una distancia $\delta/2$, ir al paso número 6), si no ir al paso 2).

6).- calcular el nuevo contorno inicial $\gamma(0)$, a partir de la última aproximación de $\{\Psi = 0\}$. Ir al paso 1). La reinicialización requerida cuando $\{\Psi = 0\}$ cambia de topología, requiere de un método más general.

El usuario debe de dar el primer contorno $\gamma(0)$ y el frente busca los bordes de los objetos por propagación en la dirección normal.

En objetos con huecos primero se determina el contorno externo y se registra, para no perder la información se da un paso hacia adentro del contorno detectado y se toma esta nueva curva como la posición inicial para moverse en el interior del objeto.

Si un contorno presenta huecos en sus bordes, el frente de propagación en esos puntos se extenderá saliéndose y perdiendo el contorno original.

2.3 Discusión.

En todos los casos que se han comentado aquí, el reto siempre ha sido el obtener de la manera más eficiente el contorno de uno o varios de los objetos que se presentan en una escena, dentro de una imagen digitalizada.

Desde la propuesta de Kass et al, hasta la fecha, el problema de la detección de contornos utilizando la técnica de serpientes ha presentado una gran variedad de modificaciones a la función de energía; a veces en su parte de energía interna y otras en su energía externa, o en algunos casos se anexan restricciones externas como puntos de sujeción o factores de forma. En todos los casos se tienen soluciones para casos específicos, es decir, el método es apropiado para un conjunto de condiciones dadas.

Así, en el caso de Kass et al, es necesario encontrarse suficientemente cerca del contorno buscado, ya que de otra forma la serpiente no es atraída por las zonas de alto gradiente. Lo anterior lo resuelven incluyendo un conjunto de *puntos de sujeción*, que son modelados dentro del sistema como puntos de la imagen unidos a la serpiente mediante un resorte de longitud de reposo cero; obligando así a la serpiente a pasar por ese punto. La inicialización es manual, así como la ubicación de los puntos de sujeción.

En el caso del *modelo de globo* propuesto por Cohen, la combinación en la fuerza de inflado y las fuerzas internas, permite vencer puntos aislados de ruido y tener contornos suaves; la posición inicial es más flexible al no tener que encontrarse muy cerca del contorno final. La fuerza de inflado obliga a analizar la curva siempre en el mismo sentido, ya que como se explicó antes el cambio de éste en el análisis repercute en el cambio de la dirección de la fuerza y puede así convertirse en una fuerza de desinflado. El modelo sin embargo, exige que una vez que la serpiente se encuentra sobre la zona del contorno, es necesario desactivar oportunamente la fuerza de inflado; si la fuerza de inflado no es desactivada, entonces la serpiente puede sobrepasar la zona de interés y una vez hecho esto, el contorno es irrecuperable por la serpiente.

McInerney et al presentan un modelo que permite iniciar con un conjunto de serpientes simultáneamente. Cuando dos o más serpientes cruzan una celda del mallado, éstas se funden en una sola mediante las reglas ya descritas. Las serpientes abiertas que resultan de la fusión anterior son interiores al contorno nuevo que se genera y desaparecen. Si las serpientes no encuentran puntos atractores en su vecindad, como en zonas de gradiente cero, deben de tener una fuerza de desinflado que las contraiga hasta desaparecer, en tanto que si el gradiente que las atrae está por arriba de un umbral, la fuerza externa deberá ser de inflado para permitirle el crecimiento.

Cuando el contorno se extiende en la dirección opuesta a las diagonales del mallado, el algoritmo de reconexión presentado no es conveniente aplicarlo en cada

iteración, porque al reubicar a cada paso las partículas de la serpiente sobre el mallado, el crecimiento de ésta en la dirección deseada será muy lento. Por la forma en que las serpientes se fusionan, el problema de bifurcación de contornos que se presenta en una oclusión no puede resolverse satisfactoriamente con este modelo, y queda abierto. Las serpientes presentadas por McInerney et al resultaron ser altamente sensibles al ruido.

En el caso de las serpientes duales de Gunn y Nixon, el factor de forma que se introduce, limita el tipo de contornos que se pueden obtener, pues aquellos que no puedan ser descritos mediante algún factor no pueden ser detectados, finalmente esta restricción obliga a un conocimiento a-priori de la forma de los contornos buscados. Toda vez que los desplazamientos máximos permitidos por este modelo no son mayores de un pixel para cada partícula en cada iteración; pero se limita también el tamaño de desplazamiento mínimo, que en este caso obliga a incrementar la magnitud de la fuerza externa $g(t)$. Y el hecho de que es necesario determinar la energía total (de las dos curvas), en cada iteración, hace de las serpientes duales un sistema de respuesta lenta y cara computacionalmente.

La modificación de las fuerzas externas que propone Xu et al, permite tener posiciones iniciales mucho más independientes de la solución final, pero es necesario que esta posición inicial "corte" las zonas de alto gradiente para obtener una apropiada respuesta final. Así, se pueden dar posiciones iniciales con mucha mayor libertad que con otros métodos, y basta que ésta se encuentre dentro de la zona de influencia del correspondiente contorno, para que la solución converja. El campo vectorial de gradiente (GVF) que genera es suave en forma general y su determinación en imágenes con altos niveles de ruido genera campos de fuerzas externas con zonas de direcciones casi "paralelas" al contorno buscado, en zonas relativamente cercanas a él, lo cual no es deseable en ningún caso. Este punto se detallará en el capítulo 4, al proponer un método alterno. Este modelo no utiliza fuerzas de inflado para mover a la serpiente y el principal problema que resuelve es el de determinar contornos de objetos con concavidades en su borde (figuras no convexas).

Los métodos geométricos, como el caso de Malladi et al, son altamente costosos ya que se aplican realizando búsquedas sobre toda la imagen. En este método se necesita del cálculo continuo de los campos de fuerzas o velocidades. Aún cuando es posible encontrar la versión rápida de este algoritmo, se requiere de posición inicial y se limita el área de búsqueda a una banda delgada alrededor de la curva que evoluciona.

En todos los casos anteriores es necesario que el usuario dé una posición inicial para la serpiente, por lo que la automatización en el inicio sigue siendo un problema abierto. La detección en el caso de imágenes con alto nivel de ruido y la correcta solución en el caso de contornos con hoyos o contornos de objetos no convexos, también son actualmente problemas a resolver.

En la segmentación de imágenes un problema aún abierto es el caso de la oclusión. Cuando en la escena un objeto se encuentra obstruyendo una parte de otro objeto, y como consecuencia los contornos de ambos se unen en un solo punto, la determinación de la configuración del contorno en este punto, llamado unión-T (T-junctions), es necesaria para realizar la correcta segmentación de los objetos.

La solución de estos problemas abiertos en la determinación de contornos, usando contornos activos paramétricos, son tratados en este trabajo y se presentan soluciones concretas a estos problemas con tres propuestas: las ***Serpientes Atrayentes*** (Sandwich Snakes), las ***Serpientes Crecientes*** (Growing Snakes) y el uso de ***Campos Aleatorios Markovianos*** para extender los campos de gradiente.

3

Serpientes Atrayentes.

... Y echó Aarón su vara delante de Faraón y de sus siervos y se hizo culebra
pues echó cada uno su vara las cuales se volvieron culebras;
más la vara de Aarón devoró las varas de ellos.
Ex 7:10-12

3.1 Introducción.

En el trabajo de Gunn et al [15][16], encontramos una propuesta dirigida al uso de dos serpientes simultáneamente, y su planteamiento es cercar, con curvas cerradas, tanto por dentro como por fuera el contorno buscado. Así en tanto que la serpiente inicializada en el interior del contorno de interés crece y se acerca por adentro, la serpiente exterior decrece y se acerca por afuera. Como se detalló en el capítulo 2, la propuesta para evitar los mínimos locales se realiza anexando una fuerza externa que actúa sólo sobre las partículas que tienen mayor energía, en dirección de las que tienen menor energía.

Sin embargo, por asociar un factor de forma en la formulación, el método falla en casos de figuras con contornos que no puedan ser descritos por este factor. La evaluación continua de la energía, para cada par de partículas asociadas, que permite tomar la decisión de aplicar la fuerza externa, así como la evaluación de las características de esa fuerza, es un proceso computacionalmente caro, que se suma a la limitante que se hace del paso de cada partícula por iteración (siempre menor de un pixel), resultando además un sistema lento.

En este capítulo presentaremos una nueva propuesta, la cual consiste también en dos serpientes que se acercan, cada una de ellas por un diferente lado del contorno buscado; en los casos de curvas cerradas llamaremos la serpiente interior a aquella que crece desde el interior del contorno y la serpiente exterior a la

que se acerca desde el exterior del mismo. Como se detalla mas adelante, este modelo supera la limitante del factor de forma, y permite una convergencia más rápida.

3.2 El modelo de Serpientes Atrayentes.

El modelo de serpientes atrayentes consiste en dos serpientes interactuando entre sí. Las serpientes tienen el mismo número de partículas. Una de ellas tiene como posición inicial una tal que se encuentra totalmente dentro del objeto del cual se determinará su contorno, en tanto que la segunda tendrá una posición inicial totalmente afuera del objeto en cuestión. La serpiente interior crecerá, en tanto que la exterior se encogerá. El sistema de barrido entre las dos serpientes es generado al minimizar la longitud entre dos partículas correspondientes de diferentes curvas.

Como antes, la minimización de la distancia entre dos partículas correspondientes, una de la serpiente interior y la otra de la exterior, se modela con un resorte de longitud de reposo cero, que une a ambas partículas. Así, la expresión de energía de las serpientes atrayentes no es la misma que en el modelo clásico, pues la minimización descrita genera un término nuevo en la energía interna.

La energía interna es:

$$E(p,q)_{\text{int}} = \beta\left(\sum_i \left|-p_{i+1}+2p_i-p_{i-1}\right|^2 + \sum_i \left|-q_{i+1}+2q_i-q_{i-1}\right|^2\right) + \gamma \sum_i \left|p_i - q_i\right|^2 \tag{3.1}$$

donde las partículas de una de las serpientes están identificadas como p, y las de la otra serpiente como q. Los coeficientes $\beta,\gamma > 0$, pesan la participación de cada término. Como puede notarse en la expresión (3.1), las serpientes utilizadas son serpientes de placa o varilla delgada, con lo que se generan curvas con una alta capacidad de ajustarse al contorno suavemente. El último término conecta con un resorte de longitud de reposo cero, a cada partícula de la curva interior sólo con una partícula de la curva exterior.

En la figura 3.1 se presenta el modelo y tipo de conexión que existen entre las partículas de la serpiente atrayente. Cada una de las curvas (la interior P y exterior *Q)* están representadas por las partículas p,q, respectivamente. En este caso es necesario que el contorno que se desea determinar se encuentre en la zona entre las dos curvas.

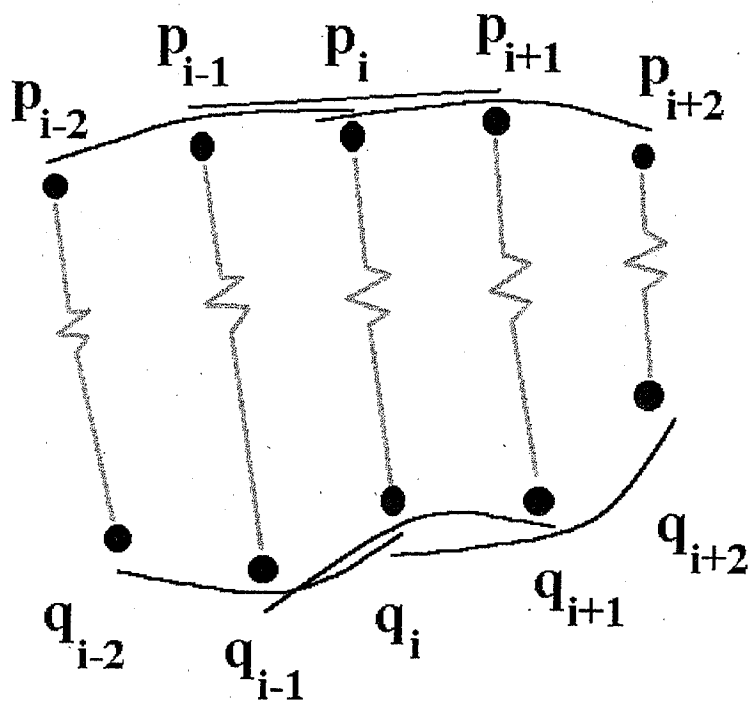


Figura **3.1** - Esquema de conexión entre las partículas del modelo Serpientes Atrayentes.

Para nuestro caso la energía externa se determina con la siguiente expresión:

$$E(p,q)_{ext} = \lambda \sum_i (M(p_i) + M(q_i)) \tag{3.2}$$

donde la imagen M puede ser la imagen original, cuando el contorno se trata de una línea y no presenta ruido; o puede ser aquélla que resulte de efectuar un preproceso. Para nuestro caso se ha realizado un preproceso sobre las imágenes, consistente en la convolución en dos dimensiones con una Gaussiana G_σ, de desviación estándar σ, por tanto tenemos:

$$M = |\nabla(G_\sigma * I)| \tag{3.3}$$

Así la energía total del sistema es:

$$E(p,q)_{total} = E(p,q)_{\text{int}} + E(p,q)_{ext} \tag{3.4}$$

Para minimizar esta energía total puede utilizarse el método de descenso Newtoniano [28]. Este método se basa en las consideraciones siguientes:

La fuerza que aporta una partícula al sistema, está representada por el negativo de la derivada de la energía con respecto a la posición de la partícula.

$$F(p_i) = -\frac{\partial E(p,q)_{total}}{\partial p_i} \tag{3.5}$$

De la segunda ley de Newton se obtiene la dinámica general del sistema; se considera que la masa es unitaria, y para estabilizarlo se le adiciona un término lineal de fricción $2k$, obteniendo así la siguiente ecuación:

$$\frac{\partial^2 p_i}{\partial t^2} - F(p_i) + 2k\frac{\partial p_i}{\partial t} = 0 \tag{3.6}$$

La expresión (3.6) puede ser implementada como un autómata determinístico que aproxima su comportamiento dinámico; esto se logra mediante la expansión de Taylor para un incremento h, para cada sitio i.

$$p_i(t+h) = p_i(t) + h\dot{p}_i(t) + \frac{1}{2}h^2\ddot{p}(t) + O(h^3) \tag{3.7}$$

$$p_i(t-h) = p_i(t) - h\dot{p}_i(t) + \frac{1}{2}h^2\ddot{p}(t) - O(h^3) \tag{3.8}$$

Restando la expresión (3.8) de (3.7) y agrupando términos, se tiene la siguiente expresión:

$$\dot{p}_i(t) \approx \frac{1}{2h}\left(p_i(t+h) - p_i(t-h)\right)$$

(3.9)

Sumando las expresiones (3.7) y (3.8),

$$\ddot{p}_i(t) \approx \frac{1}{h^2}\left(p_i(t+h) + p_i(t-h) - 2p_i(t)\right)$$

(3.10)

Las expresiones (3.9) y (3.10), son correctas con un error del orden $O(h^2)$.

Sustituyendo (3.9) y (3.10) en la expresión (3.6), tenemos:

$$p_i(t+h) = Ap_i(t) + Bp_i(t-h) + CF(p_i(t))$$

(3.11)

Esta expresión (3.11) permite determinar la dinámica de cada partícula del sistema, y los coeficientes de la expresión son:

$$A = \frac{2}{kh+1} \quad , \quad B = \frac{kh-1}{kh+1} \quad , \quad C = \frac{h^2}{kh+1}$$

(3.12)

Donde: k es el coeficiente de fricción y h es la magnitud del paso.

Nótese que si $k = \frac{1}{h}$, el sistema de descenso corresponde al método del gradiente. Para $k > \frac{1}{h}$, el método corresponde al descenso de gradiente amortiguado.

Para $k < \frac{1}{h}$, el sistema puede moverse a velocidades relativamente altas y tener una convergencia rápida. Este es el método de descenso Newtoniano.

La rapidez de convergencia se ejemplifica en la figura 3.2, donde puede compararse el comportamiento del descenso con el método de gradiente o con el método de descenso Newtoniano.

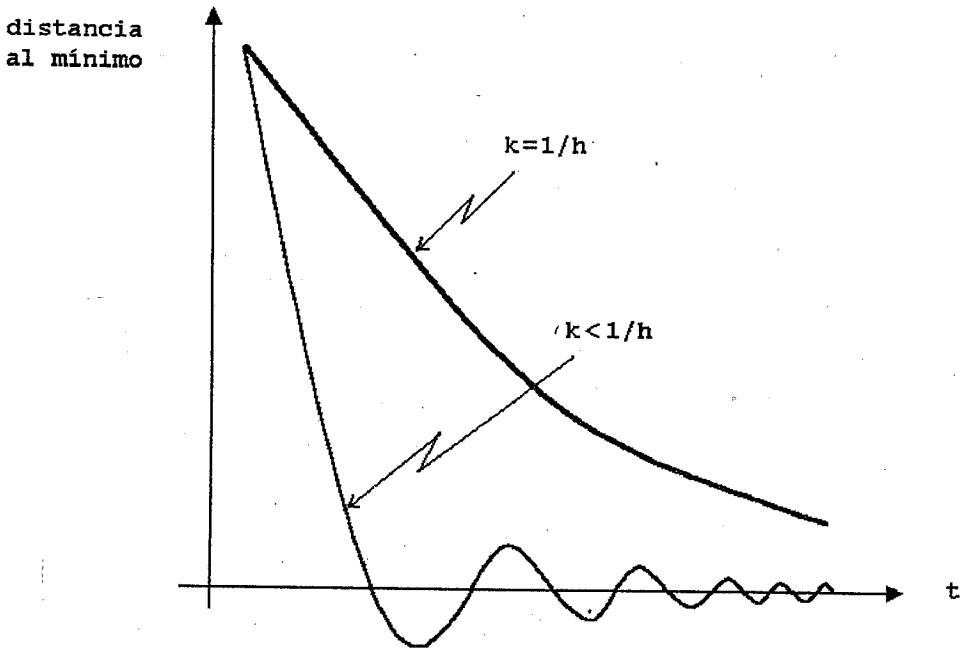


Figura 3.2.- Comparación del comportamiento del método del descenso de gradiente ($k = 1/h$) y el método de descenso Newtoniano ($k < 1/h$).

Como se ve en la figura 3.2, cuando se aplica el método de descenso de gradiente, el método converge sin presentar oscilaciones, pero se emplea un mayor tiempo que el método de descenso Newtoniano. Este último alcanza el mínimo en un tiempo menor. Como el sistema es amortiguado y con inercia, el sistema oscila acercándose cada vez más al mínimo. Así, el sistema llega al mínimo en menor tiempo que con el descenso de gradiente, pero antes de estabilizarse en él, oscila alrededor de la solución.

Un efecto favorable de la inercia que se presenta en el método de descenso Newtoniano, es la facilidad que presentan las partículas para vencer los mínimos locales que se presentan por efecto de ruido.

En el caso de las serpientes atrayentes, se ha usado el método de descenso Newtoniano. La posición final del sistema se determina cuando todas las partículas de la curva interior se encuentran alejadas de su correspondiente partícula de la curva exterior no más de un error aceptado $\delta > 0$, medido en unidades de pixel. En ese momento se presenta como solución final el promedio de las tres últimas posiciones de la serpiente exterior mas las tres últimas posiciones de la serpiente interior.

La fuerza generada por los resortes que conectan a dos partículas de curvas diferentes, está regido por el coeficiente γ, el cual es evaluado como una función de tiempo que es creciente. Lo anterior permite que aún cuando dos partículas correspondientes interior y exterior se encuentren muy cerca, la fuerza de atracción entre éstas no sea pequeña. Este coeficiente también reduce la oscilación en la cercanía del estado final. En la aplicación de las serpientes atrayentes el coeficiente empleado fue: $\gamma = 0.03t$.

El comportamiento de las serpientes atrayentes, en comparación con otros métodos, se pone de manifiesto en los resultados mostrados en la figura 3.3. La imagen original es una imagen binaria, que contiene un objeto no convexo, con una parte "entrante" por el lado izquierdo. En el panel a), se muestra además las posiciones iniciales utilizadas para los experimentos.

La figura 3.3 b) muestra la solución que se encuentra, sobre la figura del panel a), al aplicar el método de Kass et al; éste se ha inicializado como una serpiente exterior, que corresponde a la curva blanca en el panel a); la parte entrante de la izquierda no es posible recuperarla por que el sistema incluye un comportamiento de membrana (resortes) entre las partículas, que no permiten a éstas el ingresar a la parte entrante, y son mantenidas en el exterior del contorno de interés.

En el caso de las serpientes de Cohen (figura 3.3 c), la serpiente se ha iniciado desde adentro del contorno de interés, como se muestra la curva en negro del panel a), y se ha utilizado una fuerza de inflado. Para poder alcanzar las esquinas superior e inferior de la izquierda del objeto, desde la posición de inicio, la fuerza de inflado debe de ser tal que hace a la serpiente perder el contorno original en las esquinas que se encuentran por el interior de la parte entrante.

El método de Gunn y Nixon, se inicializa con las dos serpientes que aparecen en el panel a). Debido a su factor de forma éste método pierde la parte izquierda del contorno, las zonas de alto gradiente son sobrepasadas y la posición final del método se muestra en la figura 3.3 d).

La solución que se muestra en la figura 3.3. e), es la encontrada con el método de las serpientes atrayentes, en donde el contorno es encontrado completamente. Los factores utilizados para esta imagen son: $\beta = 10$ y $\lambda = 15$, el número de iteraciones empleadas fueron *1319*, y las posiciones iniciales son como las mostradas en el panel a) de la misma figura: una exterior (en blanco), y una interior (en negro).

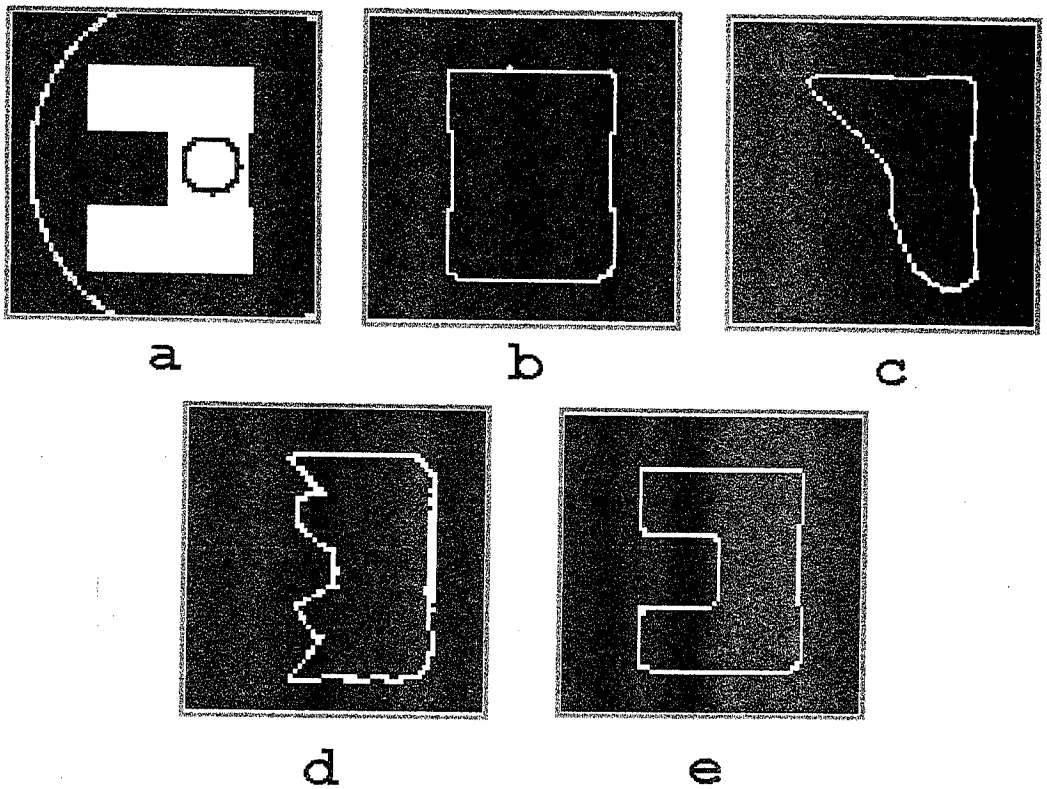


Figura 3.3.- Soluciones de diferentes métodos sobre una figura no convexa. Panel a) Imagen original con posiciones iniciales de serpientes. Panel b) Solución utilizando el método de Kass et al, con posición inicial por fuera del objeto. Panel c) solución con método de Cohen, iniciando desde adentro. Panel d) Solución con serpientes duales de Gunn et al. Panel e) solución con serpientes atrayentes.

3.3 Espacio de Escalas.

En una imagen, el nivel de detalle en el que la información se presenta puede no ser el más apropiado para los fines que se persiguen y se requiere que sea modificado a fin de que la información que contiene pueda ser correctamente extraída. Para lograr esto, es frecuente encontrar procesos previos sobre la imagen en cuestión, que modifiquen la escala original para que el nivel de detalle sea el apropiado. Algunas de las técnicas más conocidas son el uso de pirámides [20], basadas en la convolución con kerneles binomiales, o el uso de kerneles Gaussianos [46].

Los kerneles Gaussianos son herramientas de escala de un solo parámetro, que son usados para generar el *Espacio de Escalas Gaussiano* de una imagen, que es al que nos referiremos en adelante. El espacio de escalas es un concepto que ha sido desarrollado por la comunidad de visión computacional para controlar la escala de observación en una imagen. El espacio de escala Gaussiano es introducido por Witkin [55], y consiste en una familia de señales construida con la convolución de kerneles Gaussianos de anchos diferentes, que se incrementan para extraer diferentes escalas.

La convolución de la imagen con cada uno de estos kerneles es un filtrado pasa bajas, que permite eliminar ruido de las imágenes, ruido que se presenta en la imagen original como consecuencia del procedimiento de adquisición. Este filtrado además emborrona la imagen y aún cuando preserva los bordes y contornos más notables de los objetos, llega a perder precisión en la ubicación de los mismos.

En términos más precisos, el espacio de escalas lineal de una señal se construye de la siguiente forma:

Si $f:\Re^N \rightarrow \Re$ es la señal dada, entonces el espacio de escala $I:\Re^N \times \Re^+ \rightarrow \Re$, está definido por la imagen original, que corresponde a la escala $t=0$: $I(\bullet,0)=f$, y para $t>0$:

$$I(\bullet,t)=G(\bullet,t)*f \tag{3.13}$$

donde $t \in \Re^+$, es el parámetro de escala y $G:\Re^N \times \Re^+ \setminus \{0\} \rightarrow \Re$, es el kernel Gaussiano.

$$G(x,t)=\frac{1}{2\pi t}\exp\left(-\frac{x^2}{2t}\right) \tag{3.14}$$

donde el parámetro t es la varianza y la desviación estándar $\sigma=\sqrt{t}$. En la expresión (3.14) se considera una media $\mu=0$

Los filtros Gaussianos pueden aplicarse separadamente cuando se trabaja en dos dimensiones [21]. Utilizando un kernel en una dimensión éste se aplica primero en una dirección y después en la otra, aplicando así dos veces un filtrado de una dimensión. Lo anterior representa un ahorro comparado con la aplicación de un kernel para dos dimensiones. La demostración de que el kernel Gaussiano es separable es la siguiente:

$$G[i,j]*I[i,j]=\sum_{k=1}^{m}\sum_{l=1}^{n}G[k,l]I[i-k,j-l]$$

$$=\sum_{k=1}^{m}\sum_{l=1}^{n}\exp\left(-\frac{k^2+l^2}{2\sigma^2}\right)I[i-k,j-l]$$

$$=\sum_{k=1}^{m}\exp\left(-\frac{k^2}{2\sigma^2}\right)\left\{\sum_{l=1}^{n}\exp\left(-\frac{l^2}{2\sigma^2}\right)I[i-k,j-l]\right\}$$

En la figura 3.5 se muestra una imagen y el resultado de ésta al convolucionarse con kerneles Gaussianos de diferente parámetro. Conforme se utilizan filtros más anchos (valor alto en su desviación estándar σ), se está moviendo hacia escalas más gruesas y los detalles finos se pierden. En este caso puede observarse que en el panel d), la imagen ha perdido el detalle fino, y para recuperarlo es necesario recurrir a la información de una escala menor, como lo son el panel c) y b) en ese orden.

Algunas de las aplicaciones del espacio de escalas en imágenes son presentadas en J. Sporring et al, Eds [46].

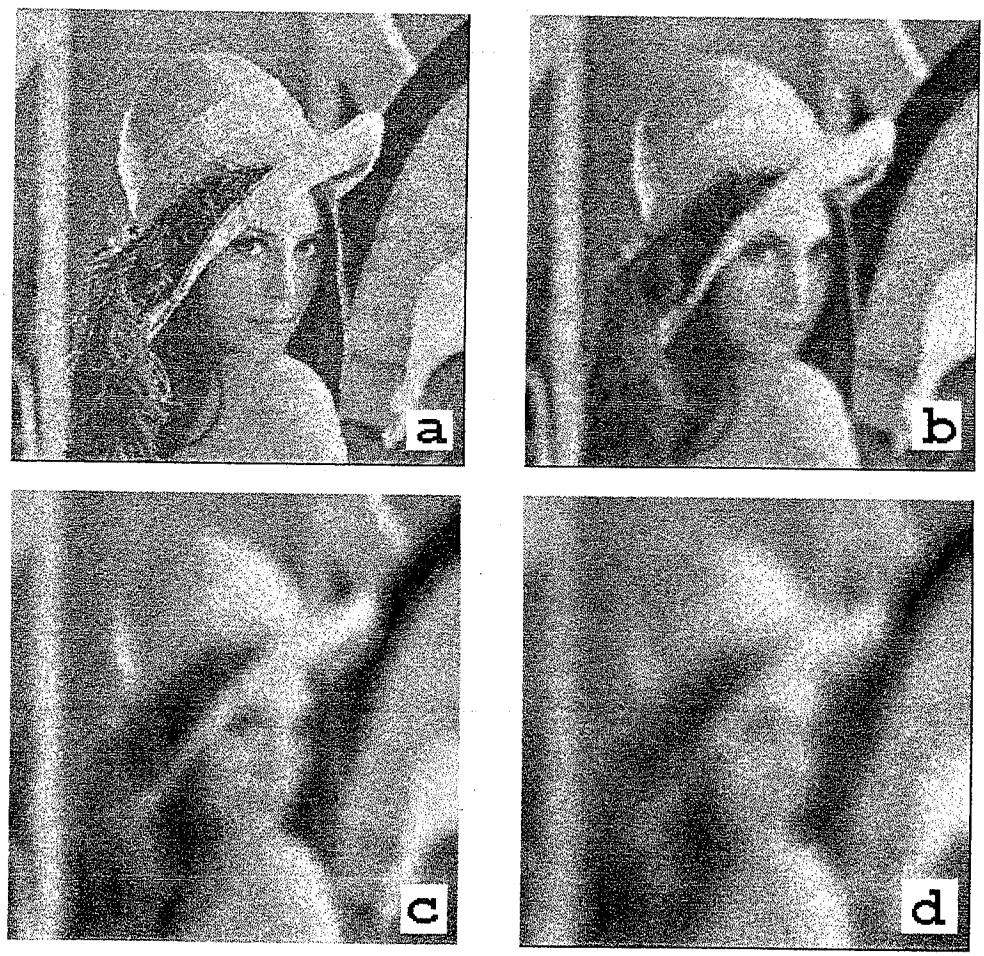


Figura 3.5.- Imágenes convolucionada con kerneles gaussianos. Panel a) Imagen original $\sigma = 0$. Panel b) $\sigma = 0.5$. Panel c) $\sigma = 1.0$. Panel d) $\sigma = 2.0$.

3.4 Aplicando multiescala.

En la correcta determinación del contorno de los objetos de una imagen que presenta altos niveles de ruido, la selección de la mejor escala donde aplicar las técnicas de contornos activos, es por si misma un problema. Como ya se ha explicado, en una escala gruesa se atenúa mucho el ruido, pero la posición de los contornos pierden precisión. Por otro lado si la imagen contiene mucho ruido a pesar del filtrado, los contornos activos pueden detenerse en mínimos locales provocados por ese ruido.

En la figura 3.6 se presenta la solución de las serpientes atrayentes, utilizando como imagen M, una escala fina en la escala Gaussiana. En la imagen de la izquierda se presenta la imagen original, la cual es binaria y contiene un 30% de ruido impulsivo, es decir, con una probabilidad del 30% el pixel blanco es cambiado a negro o el negro a blanco. La imagen de la derecha presenta la solución que se obtiene al aplicar las serpientes atrayentes, cuando la imagen original ha sido convolucionada con un kernel Gaussiano de $\sigma = 1.0$. El resultado final no es el contorno correcto, esto se debe a que las serpientes se detuvieron en zonas de ruido y atrajeron a las correspondientes partículas a estas posiciones. Aún cuando en la escala fina los detalles del contorno son mejores, no es una buena estrategia iniciar las serpientes en este nivel de escala.

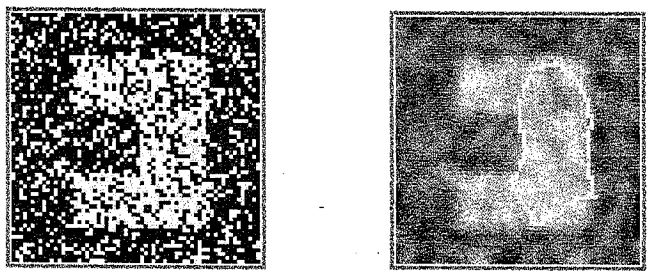


Figura 3.6.- Solución de la serpiente atrayente trabajando en la escala $\sigma = 1.0$

En la búsqueda de aumentar la precisión en la determinación del contorno, se presenta el problema de encontrar el mejor filtrado posible para la imagen en cuestión. Un filtro pasa bajas atenuará el ruido, pero simultáneamente perderá los detalles finos de la imagen emborronándolas; detalles que en ocasiones pueden resultar importantes en la determinación del contorno final. Es por eso que el aplicar la técnica de multiescala se presenta como una solución en la búsqueda de la mejor respuesta.

Como ya se dijo, el espacio de escalas está dado por las imágenes resultantes de la convolución de la imagen original con filtros Gaussíanos en dos

dimensiones G_{σ_i}, con valores diferentes de σ_i. Se obtiene así un conjunto de imágenes M_i, que son las que se usarán durante cada proceso, y que están dadas por:

$$M_i = \left|\nabla\left(G_{\sigma_i} * I\right)\right| \tag{3.15}$$

En la imagen 3.7, se muestra una imagen sintética a través de su espacio de escala Gaussiano. La información generada para cada escala nos permite recuperar una aproximación al contorno, cuya precisión depende de la escala misma. El panel a) muestra la imagen original y para los demás paneles se tiene la convolución de la imagen original con un kernel Gaussiano de una desviación estándar σ_i, mayor que en el caso anterior. La proporción de crecimiento del parámetro del espacio de escalas es $\sigma_{i+1} = \sigma_i + 0.5$, medidos en unidades de pixel.

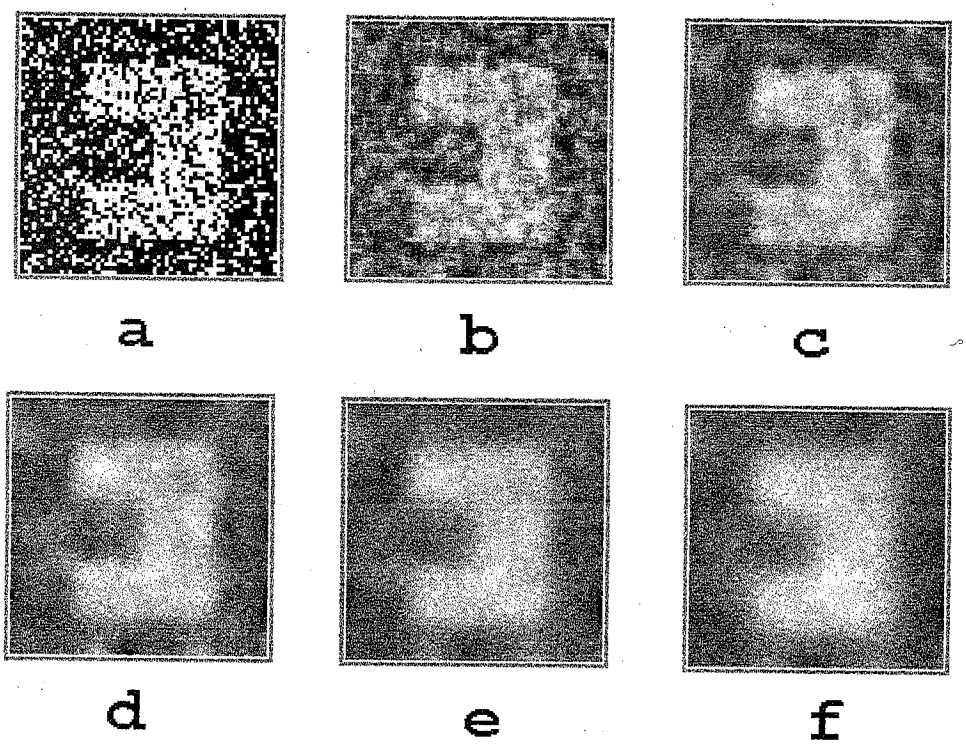


Figura 3.7.- Espacio de escalas. Panel a) imagen binaria original $\sigma_0 = 0$, con 30% de ruido impulsivo. Panel b) imagen $M_1(\sigma_1 = 0.5)$. Panel c) imagen $M_2(\sigma_2 = 1.0)$. Panel d) imagen $M_3(\sigma_3 = 1.5)$. Panel e) imagen $M_4(\sigma_4 = 2.0)$. Panel f) imagen $M_5(\sigma_5 = 2.5)$.

La estrategia que proponemos para la determinación del contorno consiste en resolver de la escala más gruesa a la escala más fina, utilizando la solución de una escala gruesa para generar la propuesta inicial de la siguiente escala, que será más fina que la anterior. Por ejemplo, se inicia determinando el contorno de la imagen 3.7 f), que corresponde a M_5, la escala más gruesa. Esto se hace aplicando las técnicas de serpientes atrayentes. La posición inicial en esta escala son dos círculos concéntricos, uno dentro del objeto de interés y otro fuera de él. Cuando el sistema se estabiliza y se tiene un contorno para esa escala, entonces la serpiente final que lo describe es utilizada como generadora de una nueva posición inicial en la siguiente escala. El proceso anterior se repite tantas veces como sea necesario, hasta que se tenga la solución en la escala más apropiada.

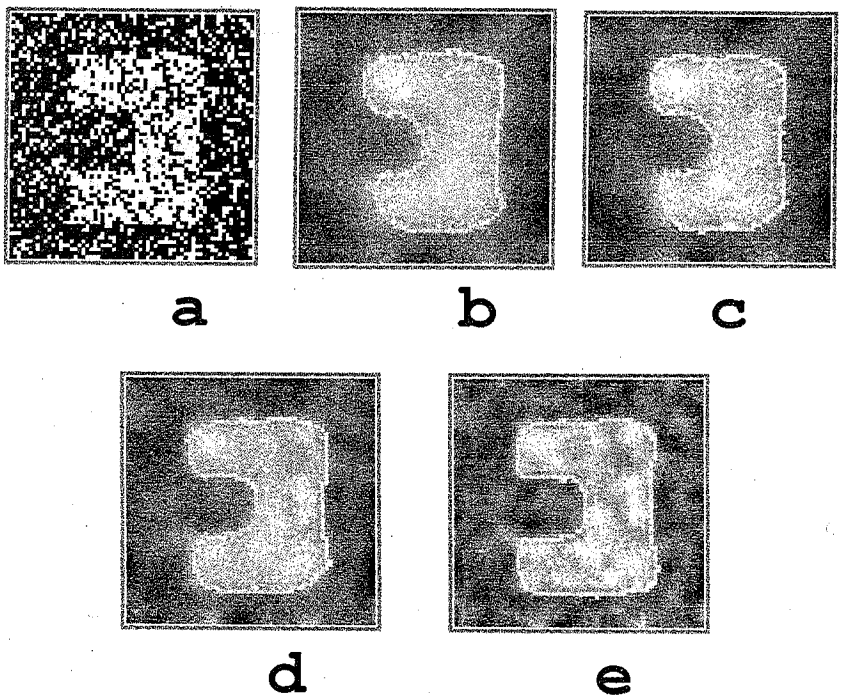


Figura 3.8.- Solución con serpientes atrayentes, en el espacio de escalas.

Para ejemplificar el refinamiento del contorno descrito anteriormente, se presenta la figura 3.8; en ella se tiene en el panel a), la imagen original que contiene 30% de ruido impulsivo. El panel b) presenta la solución sobre la imagen $M_5(\sigma_5 = 2.5)$. La posición inicial para esta escala es como la que se muestra en la figura 3.3 a), que corresponde a dos círculos concéntricos. Los paneles c), d), e), presentan las soluciones para los casos $M_4(\sigma_4 = 2.0)$, $M_3(\sigma_3 = 1.5)$, y $M_2(\sigma_2 = 1.0)$, respectivamente. La última escala donde el método es aplicado es sobre la imagen M_2, y el resultado de cada escala se presenta sobre la imagen correspondiente M_i.

Las posiciones iniciales de cada nueva escala se generan a partir de la solución encontrada en la escala anterior más gruesa. La serpiente que describe la solución se expande alrededor de sí misma para generar dos nuevas serpientes. Las nuevas serpientes quedan alrededor del contorno que se buscará en la nueva escala, una por adentro y otra por afuera, y con éstas se aplica nuevamente el método. La expansión de la serpiente solución de cada escala se determina automáticamente y se representa en la figura 3.9 c, como posición inicial de la siguiente escala.

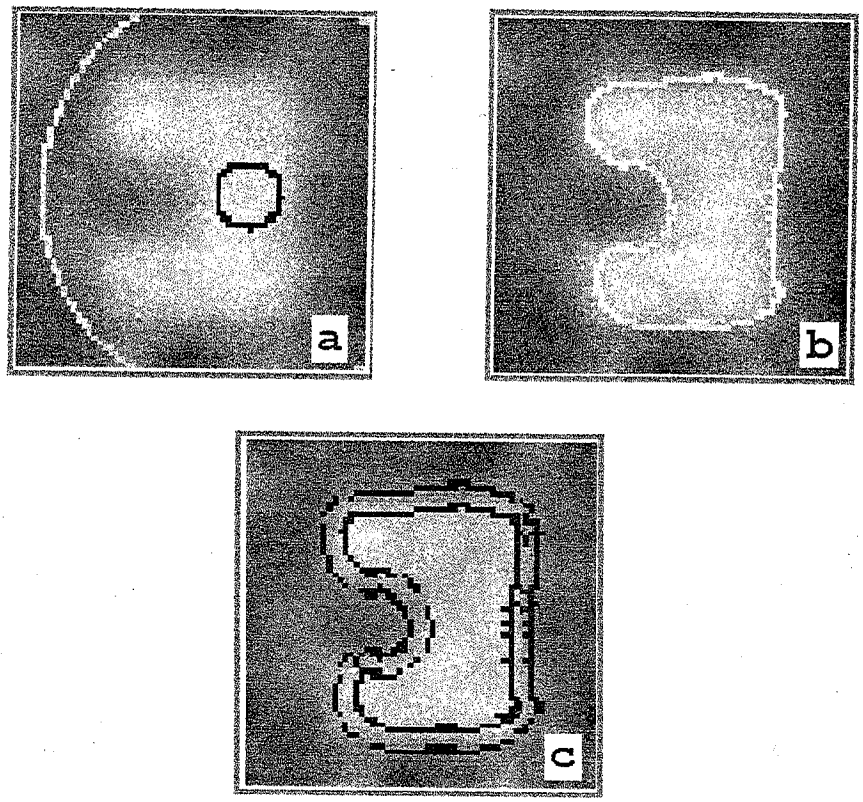


Figura 3.9.- Panel a) posición inicial de serpientes en la escala más gruesa. Panel b) Solución en la escala más gruesa. Panel c) expansión de la serpiente solución del panel b), para generar una nueva posición inicial en la siguiente escala.

Una vez que se tiene la solución en una escala las partículas de esta serpiente se expanden de la siguiente forma:

Sea η la distancia promedio que se desea separar las curvas P y Q, para formar la nueva propuesta inicial en la siguiente escala se calcula la dirección normal al contorno. Entonces, la dirección normal a la partícula $s_i(x_i, y_i)$, perteneciente a la solución, queda determinada por :

$$\theta_i = tan^{-1} \frac{x_i - x_{i-1}}{y_i - y_{i-1}} \tag{3.16}$$

Entonces las nuevas posiciones se determinan:

$$\begin{aligned} \Delta_i &= (\eta \cos\theta_i, \eta \operatorname{sen}\theta_i) \\ p_i &= s_i + \Delta_i \\ q_i &= s_i - \Delta_i \end{aligned} \tag{3.17}$$

De esta forma se generan las nuevas curvas, la interior Q y la exterior P, que serán la nueva posición inicial del método en el siguiente nivel de escala que se desee probar. La figura 3.9 c) presenta las nuevas curvas determinadas con las expresiones (3.17), al pasar de la escala $\sigma = 2.5$ a la escala $\sigma = 2.0$.

Las soluciones encontradas, apoyadas en el espacio de escalas, muestran que las serpientes atrayentes tienen un muy buen comportamiento, aún en situaciones de altos niveles de ruido.

3.5 Resumen de parámetros.

En la aplicación de las serpientes para la determinación de contornos, un problema constante es siempre la determinación de los correctos parámetros para una imagen determinada. En nuestro caso los parámetros de las serpientes atrayentes fueron determinados experimentalmente sobre el grupo de imágenes aquí presentadas.

El coeficiente β que controla la curvatura de la varilla delgada o placa, puede aumentarse una vez que el contorno buscado se ha determinado, logrando con esto contornos suaves.

El coeficiente γ que controla la rigidez del resorte es una función creciente del tiempo y su selección depende en gran medida de la cantidad de ruido que la imagen original presente y de la escala en la que se desea iniciar en el espacio de escalas.

Los valores utilizados y recomendados se resumen a continuación en la tabla 3.1

símbolo	descripción	valores típicos
β	coeficiente que controla la rigidez de placa, que penaliza la curvatura de cada serpiente.	10.0 a 30.0
γ	coeficiente que controla la rigidez del resorte que conecta a dos partículas de diferente serpiente.	0.03 t a 0.2 t
λ	coeficiente que controla el peso en la participación de las fuerzas externas.	5 a 15
η	separación en la expansión de solución al cambiar de escala, medido en pixeles.	2 a 3

Tabla 3.1.- Relación de parámetros empleados en las serpientes crecientes.

3.6 Una herramienta interactiva.

Los contornos activos son usados en general como una ayuda en el reconocimiento de bordes, y en su aplicación la interacción con el usuario es importante. En tanto que al usuario se le facilite la tarea de dar la primera aproximación para generar la serpiente, el resultado final será mejor. De otra forma se requiere un personal especializado o un gran número de intentos hasta encontrar una mejor posición.

Para facilitar la aplicación de las serpientes atrayentes a imágenes complejas, se creó una herramienta interactiva. Ésta presenta la imagen de interés y simultáneamente las instrucciones para poder asignar una apropiada posición inicial, como se muestra en la figura 3.10.

Por medio de esta herramienta el usuario puede dar un conjunto de puntos que aproximen al contorno buscado de manera burda, sin que esta falta de exactitud afecte el resultado final. Los puntos que el usuario genera se van dibujando sobre la imagen con una "brocha" de gran espesor, se enumeran y se localizan dentro de la imagen, brindando al usuario esta información en un recuadro inferior. El usuario únicamente deberá tener cuidado de que el "gran punto" que ha dibujado esté sobre

el contorno deseado. Cada vez que un nuevo punto es marcado sobre la imagen se conecta con el anterior con una línea gruesa, del mismo grosor del punto antes dibujado; de esta forma el usuario puede constatar a cada momento que su propuesta inicial se conserva sobre la zona de interés, como se muestra en la figura 3.11.

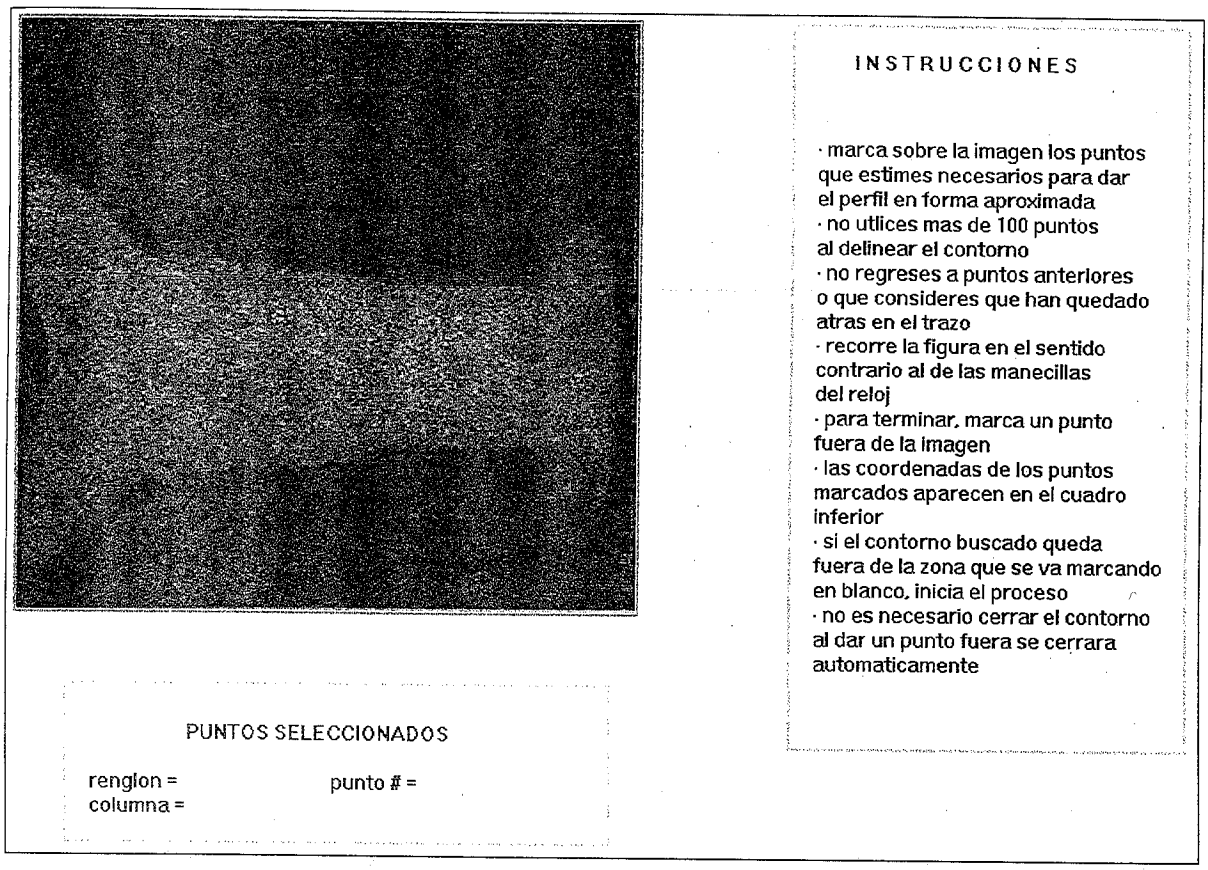


Figura 3.10.- Vista inicial de la herramienta interactiva para dar una posición inicial.

Entre cada par de puntos definidos por el usuario se generarán un número fijo de partículas de la serpiente; así, en los lugares donde se requiera mayor precisión bastará que el usuario marque un mayor número de puntos de apoyo y la densidad de partículas de las serpientes en esa zona, será mayor.

Las posiciones finales de las serpientes externa e interna, quedan finalmente definidas por los bordes de la línea gruesa dibujada sobre la imagen. Como se muestra en la imagen 3.12; y una vez generadas las posiciones iniciales, se aplica a la imagen el método descrito arriba.

Figura 3.11.- Detalle de la generación de propuesta inicial. La línea blanca, generada con la brocha gruesa se encuentra en todo momento sobre la zona de interés.

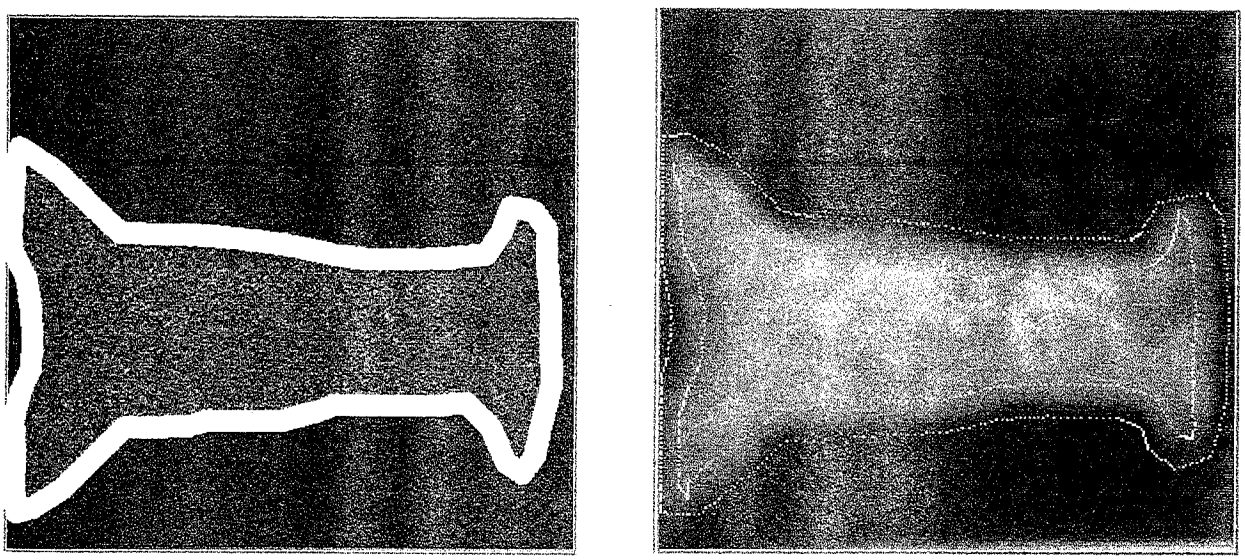


Figura 3.12.- Izquierda: propuesta final con línea de brocha gruesa, sobre la imagen original. Derecha: partículas de las serpientes generadas como posición inicial del método de serpientes atrayentes, sobre la imagen filtrada.

Esta herramienta fue creada para dar facilidad al usuario en la propuesta inicial. Permite seguirla visualmente y no tiene límitante en cuanto a forma del contorno buscado, pues basta que éste sea cerrado dentro de la imagen original.

La imagen sobre la cual se describe el funcionamiento de la herramienta interactiva, es un arnés bajo una fuente de luz coherente (un láser), que genera un ruido de moteado (speckle noise). La determinación del contorno de este tipo de imágenes, es un problema importante en la metrología óptica [9]. La solución se encuentra con el método de serpientes atrayentes y se presenta en la figura 3.13.

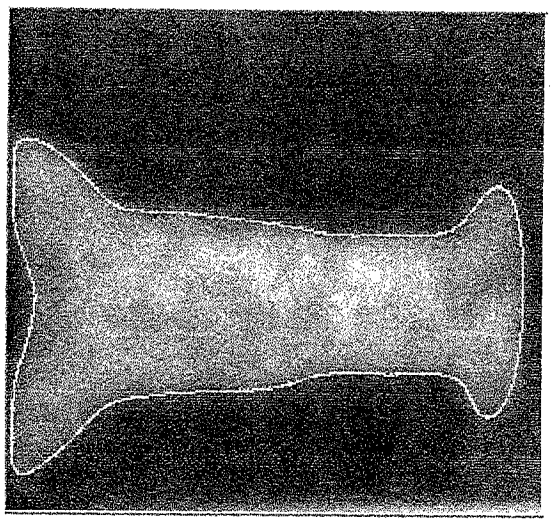


Figura 3.13.- Determinación del contorno con el método de serpientes atrayentes. La solución se muestra sobre la imagen filtrada, y el parámetro de escala es $\sigma = 2.5$.

En la figura 3.14, se muestra la aplicación del método sobre una imagen real, para lograr la segmentación de la taza de la escena original. En la parte superior de izquierda a derecha se presenta la imagen original, la propuesta inicial con la brocha gruesa y las partículas de las serpientes atrayentes; esta última se presenta sobre la imagen filtrada para un factor de escala $\sigma = 2.0$. En la parte inferior de izquierda a derecha, se presenta la solución sobre la imagen filtrada, la serpiente solución y la taza segmentada de la escena original.

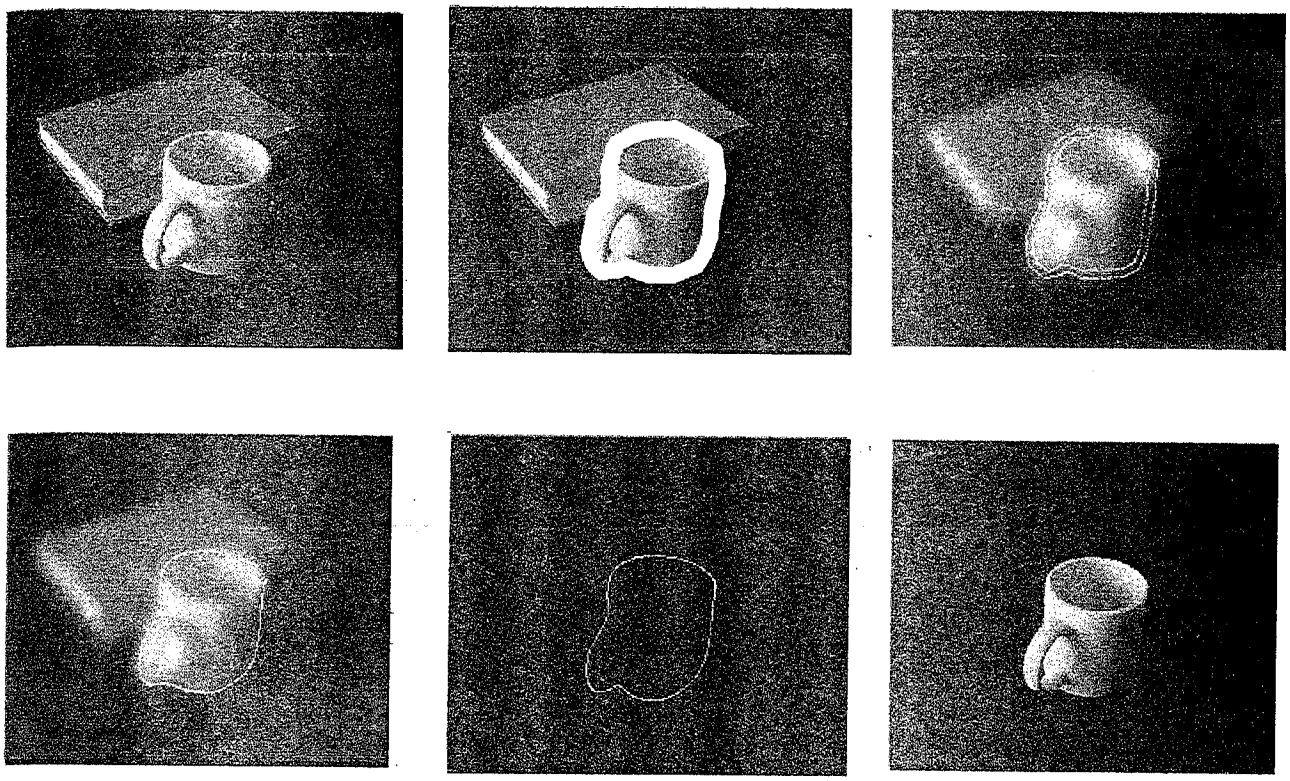


Figura 3.14.- Segmentación de una taza utilizando el método de serpientes atrayentes.

3.7 Conclusiones.

Las serpientes atrayentes permiten trabajar con imágenes de objetos cuyos contornos no pueden ser determinados con otros métodos. Supera la limitante de contar con un factor de forma, por lo que los contornos localizados pueden ser muy variados en particular, pueden ser no convexos, lo cual es una de las principales limítantes de otras técnicas similares.

Las serpientes atrayentes presentan un comportamiento robusto ante altos niveles de ruido, lo cual se logra mediante la inclusión del espacio de escalas. Al aproximarse a la solución final en una escala fina, usando las soluciones de las escalas más gruesas y expandiendo esta solución para utilizar las nuevas serpientes interna y externa como posición inicial de la nueva escala, se logra aumentar la precisión a cada cambio de escala, evitando que las serpientes sean detenidas por el ruido en las escalas finas al estar sobre imágenes en las que el filtrado ha permitido preservar detalles finos.

La inclusión del término de energía interna, y la forma de evaluar su coeficiente γ, ha permitido resolver de forma mucho más sencilla el problema de verse detenido en mínimos locales. A diferencia de la propuesta de Gunn y Nixon

que requiere de la determinación de una fuerza externa que mueva un contorno de mayor energía hacia el de menor energía, que presenta la dificultad de determinar la correcta magnitud de la fuerza. Esta fuerza debe de ser tal que remueva el contorno activo del mínimo local pero que no sea tan grande que lo aleje del mínimo global. Nuestra propuesta, en cambio, permite contar con una fuerza de atracción mutua, entre la serpiente interior y la exterior, la cual actúa permanentemente y su fuerza aumenta con el tiempo, lo que además ayuda a detener la oscilación en el estado final.

En la evolución del sistema para la determinación del mínimo global, se aplica el método de descenso Newtoniano, sin limitar los desplazamientos por iteración, lo que permite acelerar la respuesta del sistema, y así aumentar la velocidad de convergencia.

El método presentado es muy bueno si se desea determinar un solo contorno, cerrado y de topología sencilla. Cuando la posición inicial puede darse y ésta garantiza que una de las serpientes queda totalmente adentro y la otra totalmente afuera del contorno buscado, las serpientes atrayentes pueden determinar el contorno final con alta precisión.

El modelo de las serpientes atrayentes puede fácilmente extenderse a la determinación de contornos con curvas abiertas, en donde la única restricción a añadir es fijar los puntos extremos no permitiéndoles movimiento alguno.

4

Serpientes Crecientes.

... sed, pues, prudentes como serpientes y sencillos como palomas
Mt 10:16

4.1 Introducción.

Las serpientes atrayentes, presentadas en el capítulo anterior, han mostrado su buen funcionamiento en la determinación de contornos con topología que no necesariamente se describe con factores de forma. Se ha resuelto el problema de la determinación del contorno en casos de que las figuras de la escena sean no convexas. Los contornos se han podido determinar en escalas finas, utilizando la técnica de multiescala, lo que aumenta la precisión final; y el uso de la herramienta que permite generar la primera posición con líneas de brocha gruesa, hace de éstas una técnica eficiente en la determinación de contornos. No obstante, las serpientes atrayentes sólo son eficientes si el contorno a determinar no presenta el problema de la bifurcación, y la primera aproximación es dada apropiadamente.

En este capítulo abordaremos los problemas que han quedado aún abiertos en la aplicación de estas técnicas, y que son: la inicialización automática de los contornos activos y la correcta solución de las bifurcaciones que los contornos presentan como resultado del problema de la oclusión. Se presentará además una técnica de Campos Aleatorios Markovianos (CAM), que mejora considerablemente las características del campo de fuerzas externas, sobre el cual se mueven estos contornos.

Todo lo anterior lo presentaremos con la aplicación de un nuevo tipo de contorno activo paramétrico, al cual hemos llamado " *Serpiente Creciente*" .

4.2 Serpientes Crecientes.

Las Serpientes Crecientes son contornos activos paramétricos, que permiten describir topologias complejas, incluyendo el caso de objetos no conectados o bifurcaciones de contorno, y no requieren que el usuario especifique la posición inicial de los mismos.

El comportamiento general de las Serpientes Crecientes se puede resumir con el siguiente algoritmo:

1 Se generan de modo automático "semillas" en los lugares de máxima magnitud del gradiente.

2 Las semillas constan de dos partículas que se orientan perpendicularmente a la dirección del gradiente en el lugar de interés.

3 Las partículas se alejan moviéndose sobre las regiones de gradiente alto.

4 Conforme se alejan las partículas, se insertan automáticamente partículas intermedias.

5 Cuando una partícula se encuentra con otra, éstas se funden, ya sea formando curvas cerradas o uniones tipo "*T*".

6 Las uniones tipo "*T*", que describen bifurcaciones son analizadas al final del proceso de crecimiento, para escoger la configuración de menor energía.

A continuación lo explicaremos en detalle. Las Serpientes Crecientes se siembran en forma automática sobre los puntos de máxima magnitud del gradiente. Para lograr ésto, la magnitud de gradiente de la imagen es revisada y se obtiene el valor máximo, este valor es registrado como el umbral de inicio ζ_0. En los puntos cuya magnitud de gradiente tengan valor igual a ζ_0, se siembran las serpientes crecientes. Con el procedimiento anterior se garantiza la presencia de al menos una semilla de serpiente trabajando sobre la imagen, aunque podría existir más de una simultáneamente.

Cuando una serpiente nace en un punto, ésta consta de dos partículas que llamaremos partículas *libres*, o partículas L. Las partículas L se conectan entre sí con un resorte de longitud de reposo mayor que la distancia a la que nacen y la dirección de la línea que forman es perpendicular a la dirección del gradiente en el

punto de nacimiento (ver figura 4.1 a). El resorte ocasiona sobre las partículas L una fuerza interna que las separa una de la otra, y es así como inicia la serpiente su crecimiento. Las partículas L al moverse lo hacen sobre las zonas de gradiente alto.

Cuando las partículas L se han separado una de otra una longitud mayor o igual a una distancia ξ_1, que es una distancia menor que la longitud de reposo del resorte que las conecta, entonces una partícula intermedia, llamada partícula I, es insertada enmedio de las dos partículas L (ver figura 4.1 b).

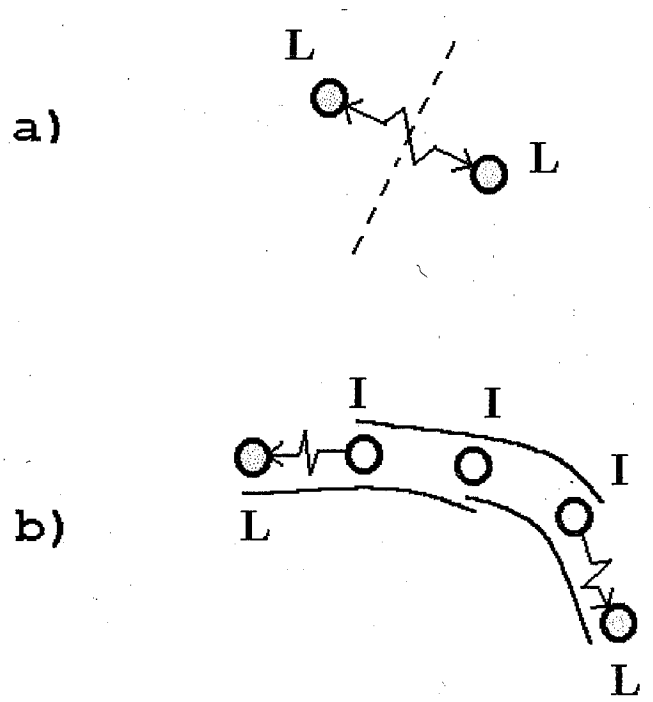


Figura 4.1.- Panel a) posición de las partículas L al nacer la serpiente, la línea punteada representa la dirección del gradiente en el punto de nacimiento. Panel b) inserción de partículas I en la serpiente, como resultado de la separación de las partículas *libres*.

Las partículas I que se insertan se conectan a las partículas L con un resorte asimétrico, que sólo tiene acción sobre esta última. Esto ocasiona una fuerza interna en la partícula libre, que intentará desplazarla, conservando la posición de la partícula intermedia. A este proceso lo llamamos **Primer Esquema de Crecimiento** o *Crecimiento por Fuerza Interna de Empuje*.

Cada vez que la partícula libre se ha alejado de la partícula intermedia una distancia ξ_1, una nueva partícula intermedia es insertada. Estas partículas son

conectadas entre sí con varilla delgada únicamente, la cual controla la curvatura de la serpiente (ver figura 4.1 b).

Cuando dos partículas libres se encuentran entre sí a una distancia menor o igual a un valor de umbral ξ_2, éstas se conectan entre sí formando una sola serpiente. La conexión se realiza desactivando los resortes asimétricos que cada partícula tiene y conectando los dos extremos de serpientes con varilla delgada. Lo anterior convierte a las partículas libres en partículas intermedias, como se muestra en la figura 4.2.

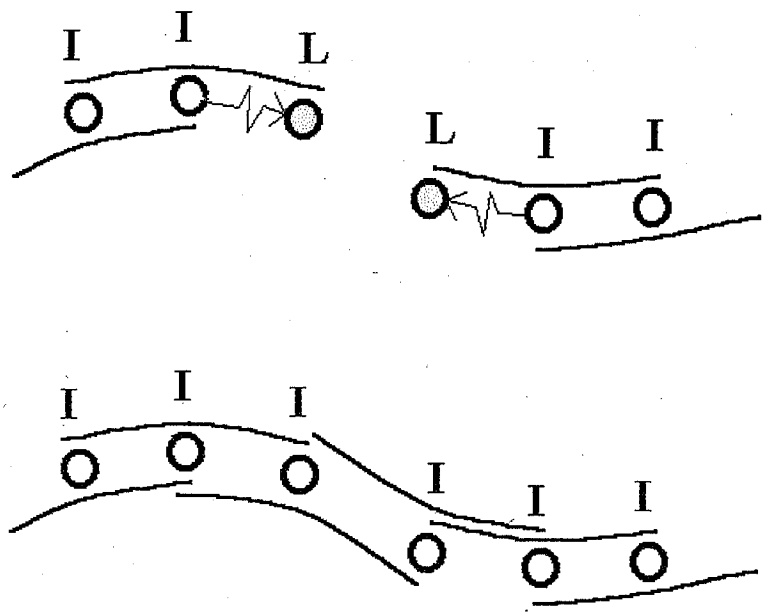


Figura 4.2.- Proceso de conexión de dos partícula libres, que se encuentran en el proceso de crecimiento.

La bifurcación del contorno, motivada por la oclusión que un objeto le hace a otro, obliga al tratamiento especial de estos puntos particulares conocidos en la bibliografía como uniones-T (*T-junctions*). En nuestro caso serán detectados cuando durante el proceso de crecimiento una partícula libre se encuentra a una distancia menor o igual a ξ_3, de una partícula intermedia. La condición anterior nos permite decir que se ha encontrado una bifurcación de contorno, para resolverlo la partícula libre cambiará a una partícula de unión-T, o simplemente partícula T.

Las partículas T son puntos de extremo de serpiente que no tienen posibilidad de desplazarse, sólo se encuentran conectados a las partículas intermedias mediante varilla delgada. De igual forma, si una partícula libre en su proceso de crecimiento hace contacto con alguno de los bordes limites de la imagen, ésta es cambiada a partícula T. Un ejemplo de la transformación de una partícula libre en una partícula T, se muestra en la figura 4.3.

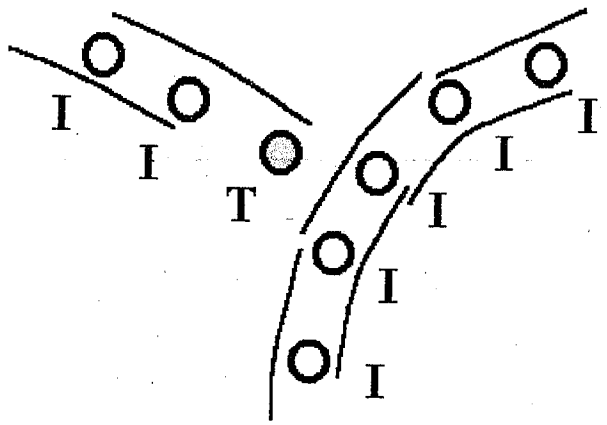


Figura 4.3.- formación de una unión tipo T, por efecto de bifurcación del contorno.

Al proceso que inicia en el momento en que se generan una o más serpientes en los puntos de gradiente máximo de la imagen, hasta el momento en que el sistema se estabiliza, se le llama una época. El sistema se estabiliza cuando las serpientes ya no pueden crecer, esto ocurre si las fuerzas externas e internas se equilibran y no permiten el avance de las partículas libres o cuando ya no se tienen partículas libres por que han cambiado su configuración a partículas de unión-T.

El número de épocas a las que es sometida una imagen es controlado por el usuario. Cuando sobre una imagen el número de épocas no es detenido, el umbral ζ_i, que controla la localización de los puntos candidatos para el *sembrado* de semillas, seguirá localizando puntos que generarán contornos espurios. En nuestro sistema ésta es la única interacción que se tiene entre el usuario y la máquina.

Al finalizar la primera época, el sistema baja automáticamente el valor del umbral de búsqueda de magnitudes de gradiente ζ_0, hasta encontrar un valor y

lugar apropiado para sembrar una nueva semilla de serpiente. A partir de este nuevo valor ζ_1, se buscarán las posiciones de inicio de una nueva época.

La determinación del valor de umbral ζ_i de cada época se hace tomando en cuenta que cada partícula de las serpientes existentes tiene un radio de influencia donde no se permite que una nueva semilla sea puesta, a éste lo hemos llamado *radio de inhibición*. Lo anterior evita que dos o más serpientes describan un solo contorno. Así, cada vez que el umbral baje su valor, se verificará si entre el nuevo valor y el valor anterior existe algún punto de la imagen cuya magnitud del gradiente está entre los valores anteriores; una vez que se encuentra un punto de esas características se revisa si existe una partícula que incluya en su radio de inhibición a esta posición, de ser así la posición se rechaza y se continúa con la búsqueda, en caso contrario el punto se acepta como candidato para sembrar una semilla. Si en toda la imagen no se encuentra al menos un punto candidato para sembrar una semilla, entonces el umbral se vuelve a disminuir y se repite el proceso anterior. Al valor ζ_i que permite tener al menos un punto candidato se le considera el nuevo umbral.

En la figura 4.4 se presenta una serpiente que se puede suponer estabilizada como resultado del fin de una época, y se muestra en gris la zona de influencia del radio de inhibición de ésta. Dentro de la zona gris no puede nacer una serpiente, aún cuando existieran valores de magnitud de gradiente que estuvieran dentro del rango de búsqueda de los valores de ζ_{i-1} y ζ_i.

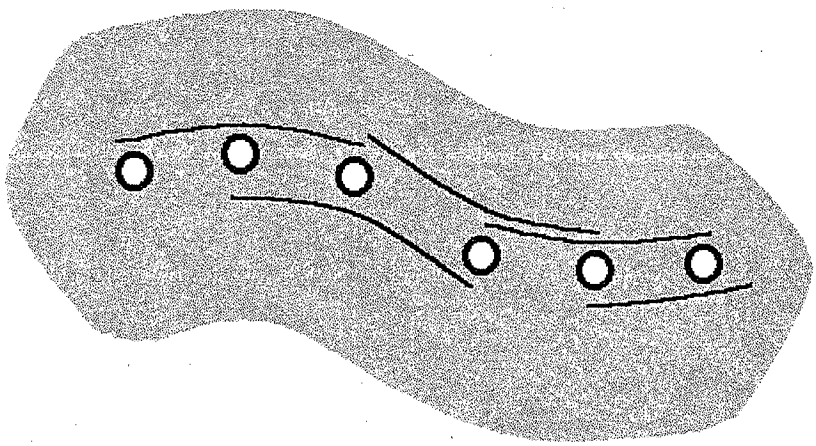


Figura 4.4.- Zona de inhibición de nacimiento de serpientes, por efecto de la presencia de una serpiente activa.

Cuando se trata de la aplicación del proceso de determinación de contornos sobre un conjunto de imágenes de las cuales se conocen sus características principales para su proceso, como lo son los valores máximo y mínimo de la magnitud de gradiente entre los cuales se tiene concentrado los principales puntos del contorno de interés; entonces el lote por completo puede ser procesado con un valor inicial de umbral ζ_0, y puede fijarse un valor para un umbral ζ_f al que llamaremos *umbral final*, después del cual ya no se considera interesante el seguir sembrando semillas de serpientes crecientes. Por lo tanto, al terminar la época correspondiente al valor del umbral ζ_f el proceso se detiene y el contorno localizado se reporta como la solución del sistema.

La determinación de estos valores adquiere relevancia en el sentido de que el proceso puede automatizarse totalmente. Para imágenes obtenidas bajo las mismas condiciones, con la misma cámara y que requieren de la búsqueda de contornos similares, como ocurre frecuentemente en el campo de la biomedicina, en procesos industriales o laboratorios, las variables propias de la adquisición y el trabajo con el mismo equipo, calibrado para las condiciones de interés, se pueden controlar. La interacción del usuario con la máquina puede reducirse a una simple supervisión, sin responsabilidad de su parte en alguno de los pasos del proceso de determinación de contornos.

Las condiciones de automatización a las que nos referimos serán comentadas más adelante en los ejemplos tratados, permitiendo con ello la completa apreciación de la bondad del método para implantar sistemas automáticos de detección de contornos en procesos controlados.

4.2.1 Función de energía.

Para que las serpientes crecientes se comporten como se ha descrito, la función de energía de éstas es de la siguiente forma

$$E(p)=\alpha\sum_{i\in L}\left(|p_i-p_{i-1}|-l_0\right)^2+\beta\sum_i\left|-p_{i-1}+2p_i-p_{i+1}\right|^2-\lambda\sum_i M(p_i) \tag{4.1}$$

El primer término de (4.1) es el término de membrana que se modela con un resorte, éste es calculado solamente para aquellas partículas de la serpiente que sean partículas libres, de esta forma se obtiene la fuerza interna de empuje; $l_0>0$ es la longitud de reposo del resorte, para nuestro caso hemos empleado $l_0=0.7$. El segundo término corresponde al término de placa, y todas las partículas participan en él, éste controla la curvatura de la serpiente. El tercer término corresponde a la energía externa. Las fuerzas externas son obtenidas como un pre-proceso que se

aplica a la imagen original, y que da como resultado una nueva imagen que llamamos M y sobre la cual se evalúan las fuerza externas.

Aún cuando más adelante se detalla un pre-proceso basado en los Campos Aleatorios Markovianos, en los experimentos realizados en esta fase de desarrollo del proyecto se utilizó un pre-proceso consistente en la aplicación de un filtrado pasa bajas con un kernel Gaussiano. Por lo anterior en la expresión (4.1) la energía externa se obtiene de la siguiente manera:

$$M(p) = |\nabla(G_\sigma * I)| \tag{4.2}$$

4.2.2 Resumen de parámetros.

Se presenta a continuación la tabla 4.1, la cual contiene un resumen de los parámetros de las serpientes crecientes para el caso de Crecimiento por Fuerza Interna de Empuje, así como los valores recomendados, que fueron obtenidos directamente de la experimentación.

parámetro	descripción	valor típico
ζ	valor del umbral de inicio de una época para subíndice 0, es el inicio para subíndice i, es la época i para subíndice f, es el valor final.	se calcula automáticamente
lo	longitud de reposo del resorte asimétrico del sistema de avance	0.7 a 1.0
$\xi 1$	separación mínima a la que se inserta una partícula intermedia, al avanzar la partícula libre.	0.5

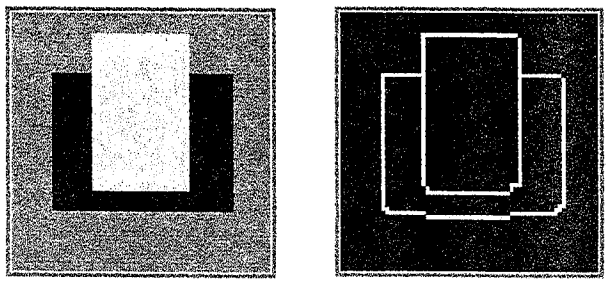
Tabla 4.1.- parámetros utilizados en las serpientes crecientes, con el sistema de Crecimiento de Fuerza Interna de Empuje.

parámetro	descripción	valor típico
$\xi 2$	distancia mínima a la que dos partículas libres pueden estar separadas, sin que exista fusión entre ellas.	0.7
$\xi 3$	distancia máaxima de separación entre una partícula libre y una intermedia, antes de que se genere la unión-T.	0.4
α	coeficiente de rigidez del resorte asimé-trico.	1.1 a 2.0
β	coeficiente de rigidez de varilla o placa.	1 a 5
λ	coeficiente de participación de las fuerzas externas	1
hp	tamaño de paso de la partícula libre	0.3 a 0.7
ri	radio de inhibición de las partículas.	2.5 a 5

Tabla 4.1.- Continuación.

4.2.3 Casos de aplicación.

El modelo de las serpientes crecientes con un esquema de crecimiento por fuerza interna de empuje, resultó muy exitoso en la determinación de contornos en imágenes que presentan escenas donde los objetos existentes muestran alguna oclusión, como es el caso que se muestra en la figura 4.5; ésta es una imagen sintética donde se presenta un rectángulo negro que es ocluido por un rectángulo gris claro, esta imagen no presenta ruido y el resultado que se obtiene (figura 4.5 b), determina la presencia de ambos rectángulos y resuelve las uniónes-T. ,



a b

Figura 4.5.- Panel a) imagen original con oclusión de rectángulos.
Panel b) solución encontrada con el método de las serpientes crecientes.

Para encontrar la solución que se muestra en la imagen 4.5 b, se pasaron por los pasos que se ejemplifican en la figura 4.6. Ésta imagen muestra en el panel a) la imagen original. El panel b) presenta la imagen filtrada por un filtro pasa bajas de kernel Gaussiano de $\sigma = 1.5$. El panel c) es la imagen de magnitud de gradiente de la imagen del panel b), ésta es la imagen M a al que se refiere la expresión (4.2). El panel d) muestra los puntos de la imagen que tienen un valor de magnitud de gradiente igual al primer valor de umbral determinado automáticamente por el sistema, para nuestro caso es $\zeta_0 = 73.27$. Los puntos de la imagen del panel d) son los puntos candidatos y en ellos se sembrarán las serpientes. Cuando el primer punto candidato recibe una serpiente, de inmediato el sistema inhibitorio que se definió para las partículas, no permite que los puntos dentro del radio de influencia de éste reciban semillas de serpientes, para nuestro caso el radio de inhibición de cada partícula es $r_i = 5.0$ pixeles. Por la razón anterior la imagen del panel e) presenta las semillas aceptadas. Para esta primera época sólo ocho serpientes son sembradas.

El panel f) muestra la situación de las serpientes después de catorce iteraciones. Puede notarse que las serpientes ahora son dos, una de cada lado del borde vertical del rectángulo interior, pues éstas al crecer se han fundido al conectar sus partículas libres para formar nuevas serpientes. En la serpiente de la izquierda se representa el siguiente paso que darán las partículas libres en la búsqueda de zonas de alta magnitud del gradiente. El panel g) muestra el fin de la primera época al no existir partículas libres; en la imagen puede notarse que se tiene una sola serpiente cerrada y se ha descrito el contorno del rectángulo interior. Es en este momento cuando el sistema inicia el descenso del umbral, en la búsqueda de nuevas posiciones para sembrar nuevas semillas de serpientes. El panel h) muestra las nuevas semillas de serpientes después de que el umbral ha decrecido a $\zeta_1 = 36.0$.

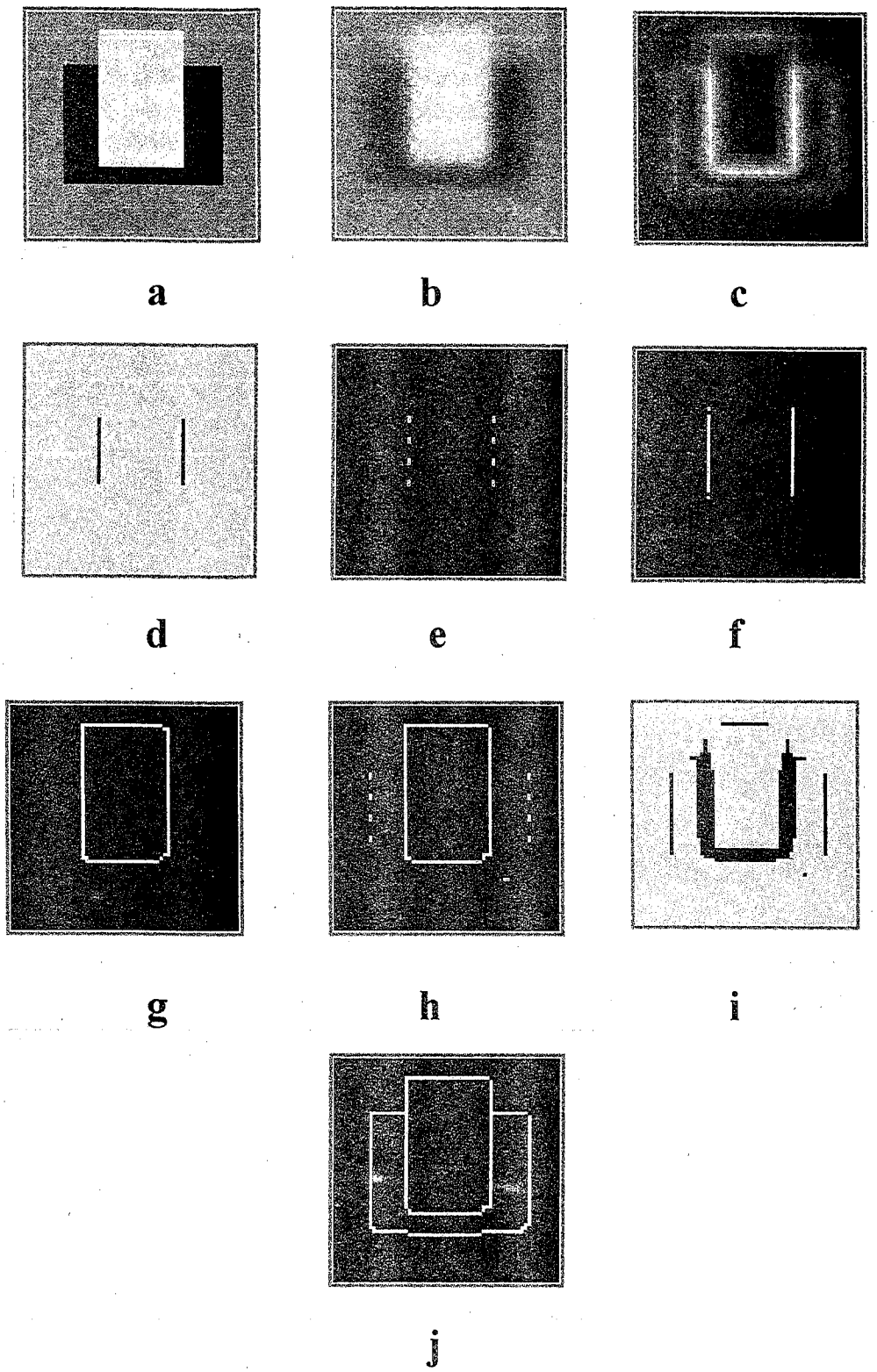


Figura 4.6.- Historia de aplicación del método de serpientes crecientes, sobre la imagen sintética sin ruido y con escena de oclusión.

El panel i) muestra los puntos cuyo valor de la magnitud del gradiente es mayor o igual al umbral. En esta imagen puede notarse que existen puntos cuyo valor de la magnitud del gradiente se encuentra por arriba del umbral ζ_1, pero debido al sistema de inhibición de nacimiento de serpientes, que tienen las partículas de la serpiente cerrada definida en el panel g), estos puntos no pueden ser considerados candidatos para recibir una semilla de serpiente. Por otro lado en los bordes verticales del rectángulo negro y en un punto que se encuentra en el borde inferior del mismo, se encuentran puntos candidatos que les son asignados semillas de serpientes. Finalmente el panel j) presenta la solución encontrada después de 294 iteraciones, y que define el contorno de los dos rectángulos y presenta dos conexiones que se resuelven con uniones-T.

Con el sistema de crecimiento por fuerza interna de empuje, fueron probadas imágenes con ruido Gaussiano, y en la figura 4.7 se presentan los resultados obtenidos.

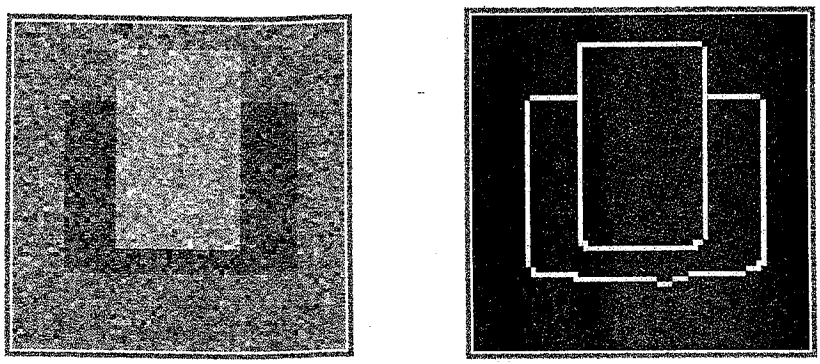


Figura 4.7.- Izquierda: imagen sintética original con ruido Gaussiano, escena de dos rectángulos que presentan oclusión (SNR=6). Derecha: solución con el método de las serpientes crecientes.

Como puede verse en la figura 4.7, las serpientes crecientes presentan un buen comportamiento en imágenes con altos niveles de ruido. Para el caso se trata de ruido aditivo Gaussiano.

Cuando en imágenes ruidosas se aplica el método de crecimiento por fuerza interna de empuje, puede sin embargo darse el caso de que la partícula libre no avance debido a que la fuerza que aplica el resorte que la impulsa, sea menor que las fuerzas externas que se presentan en ese punto, y sean estas últimas quienes detengan el avance si se encuentran en dirección opuesta a la dirección de crecimiento de la serpiente. La situación anterior no es clasificada como de mal comportamiento en todos los casos, pues puede desearse que la serpiente se

detenga en aquellos puntos donde el contorno desaparece. El caso anterior se presenta ejemplificado en las figuras 4.8 y 4.9.

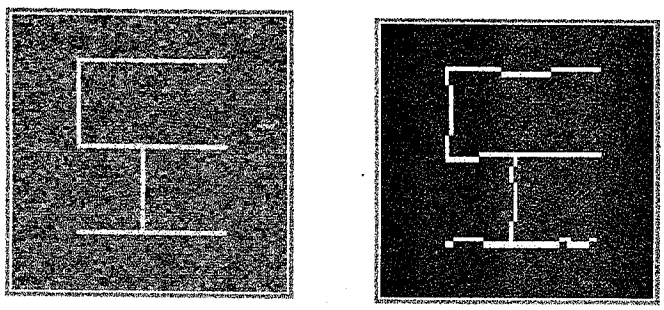


Figura 4.8.- Derecha: imagen original formada por una línea delgada y con ruido Gaussiano. Su contorno presenta extremos abiertos (SNR=6.6). Derecha: solución con serpientes crecientes.

En la solución mostrada e la figura 4.8, las partículas libres de los extremos no se han transformado en partículas T, y el sistema se considera estabilizado por que las fuerzas externas no permiten que las partículas libres avancen, por ser estas últimas de sentido opuesto y más grandes que la fuerza generada por el resorte asimétrico que las impulsa. En este caso la época ha terminado, porque el sistema se encuentra en equilibrio. En la parte central, la serpiente que describe el contorno vertical, se une a las otras estructuras mediante partículas T. Al final existen tres serpientes de las cuales dos se encuentran abiertas. Los parámetros utilizados para este ejemplo son: $\alpha = 1.1; \beta = 2.0; \lambda = 1.0$, el umbral es $\zeta_0 = 23$ y la imagen fue filtrada para una escala de $\sigma = 1.5$. El número de iteraciones necesarias fue de 192.

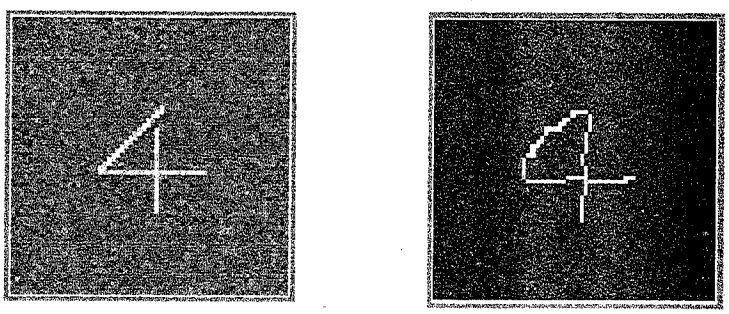


Figura 4.9.- Izquierda: imagen original con ruido Gaussiano (SNR=6.6).
Derecha: solución con serpientes crecientes.

Como en el caso anterior, en la figura 4.9 la determinación del contorno se da por terminada cuando el sistema detiene su crecimiento. En este caso se tiene al final una sola serpiente con sus dos extremos con partículas libres, que por efecto de las fuerzas externas no avanzan más. . Los parámetros utilizados para este ejemplo son: $\alpha = 1.4; \beta = 2.0; \lambda = 1.0$, el umbral es $\zeta_0 = 26$ y la imagen fue filtrada para una escala de $\sigma = 1.5$. El número de iteraciones fue de 149.

Para todos los casos la inicialización se realiza automáticamente y las serpientes crecen cuando las partículas libres son impulsadas por el resorte asimétrico ya descrito. La imagen M es determinada como se señala en la expresión 4.2 y en la determinación de las fuerzas de partículas cuya posición no es coincidente con el mallado natural que genera el conjunto de pixeles, sus valores se determinaron empleando la interpolación bilineal.

4.2.4 Segundo esquema de crecimiento.

En el caso de imágenes, donde el contorno de los objetos sean siempre curvas cerradas o limitadas en sus extremos por otros contornos (oclusiones) o por el borde de la imagen, el esquema de crecimiento descrito anteriormente no será el más adecuado, pues en imágenes con ruido, existe la posibilidad de que la serpiente detenga su crecimiento por que las fuerzas externas sean mayores que las internas, y esto no permitirá la correcta descripción de los contornos de la imagen.

Para resolver lo anterior se propone incluir dos propuestas al sistema de las serpientes crecientes:

1. Que sean utilizadas las componentes de las fuerzas externas con una dirección ortogonal a la dirección de crecimiento de la serpiente.

2. Que sea modificado el esquema de crecimiento de las serpientes para que no lo detengan las fuerzas externas.

La primera propuesta está dirigida a resolver el problema de la concentración de partículas de una serpiente en las zonas de alto gradiente. Cuando las partículas de la serpiente son movidas principalmente por las fuerzas externas, éstas se desplazan concentrándose en las zonas de alta magnitud del gradiente, por que la dirección de las fuerzas externas en las zonas cercanas a los bordes, son afectadas fuertemente en su dirección por las zonas de mayor magnitud del gradiente. Así, las zonas del borde que tienen valores más pequeños de gradiente que sus vecinos son abandonadas por las partículas de la serpiente, generando una falta de descripción en esas zonas.

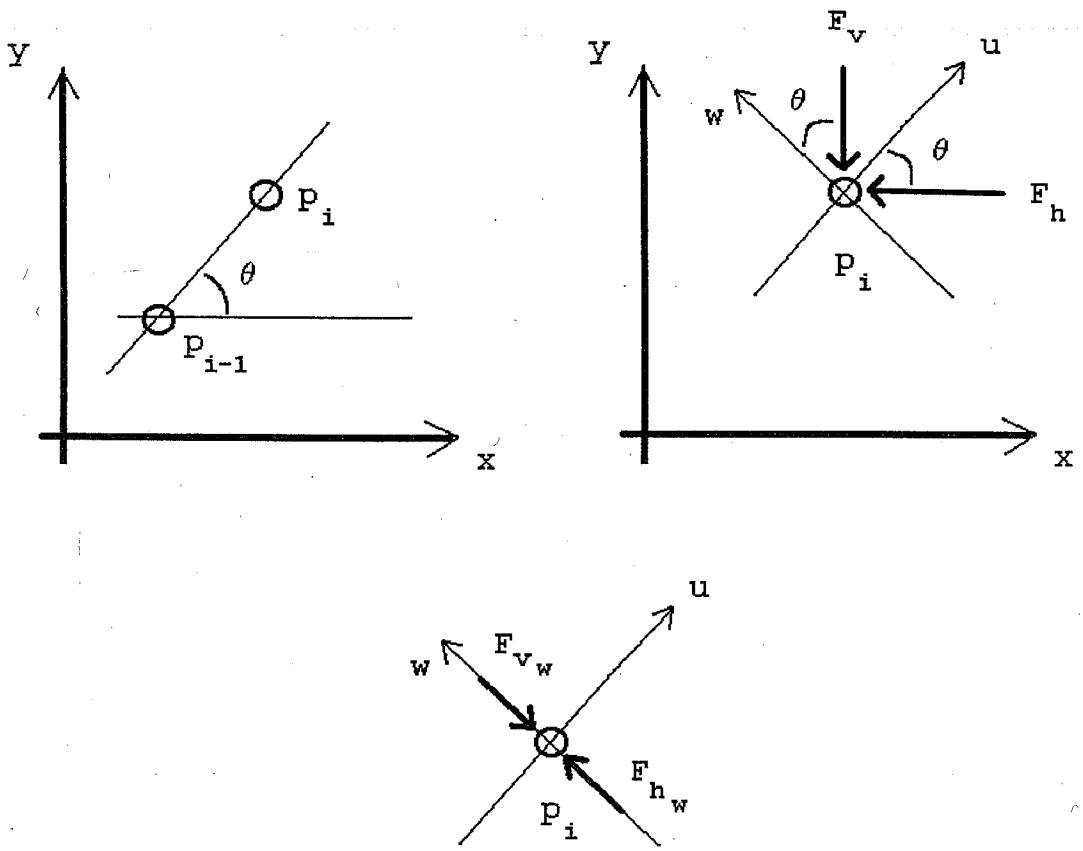


Figura 4.10.- Esquema para el análisis de la descomposición de las fuerzas externas, en la dirección ortogonal a la del crecimiento de la serpiente, para la partícula p_i.

Las componentes ortogonales de las fuerzas externas a la dirección de crecimiento de la serpiente, se obtienen al considerar que para cada partícula la dirección de crecimiento de la serpiente en ese punto puede obtenerse como la dirección de la línea que forman la partícula de interés y la anterior a ella. Así se tiene que la descomposición es de la siguiente forma:

Sea θ_i el ángulo que define la dirección de la línea u que forman las partículas p_i y p_{i-1}.

$$\theta = tan^{-1} \frac{y_i - y_{i-1}}{x_i - x_{i-1}} \tag{4.3}$$

Entonces, las componentes horizontal F_h y vertical F_v de la fuerza externa, son obtenidas de la aplicación de las primeras diferencias hacia atrás de la magnitud del gradiente de la imagen. La descomposición de estas fuerzas en la dirección del eje w, normal al eje u, es de la siguiente forma:

$$F_{h_w} = F_h \operatorname{sen}\theta$$

$$F_{v_w} = F_v \cos\theta \tag{4.4}$$

donde F_{h_w} es la fuerza horizontal descompuesta en la dirección w, y F_{v_W} es la fuerza vertical descompuesta en la dirección w. Lo anterior se ejemplifica en la figura 4.10.

En la descomposición de fuerzas, debe de tenerse el cuidado de considerar el caso en que $\theta = \pi/2$ o $\theta = 3\pi/2$, entonces se requiere que la única fuerza que se aplique a la partícula sea la fuerza horizontal F_h.

La inclusión de la segunda propuesta se vuelve necesaria para que las serpientes crecientes siempre avancen y sólo se detengan cuando todas las partículas libres se hayan eliminado ya sea por que se conectaron con otra serpiente para formar nuevas serpientes más grandes, o la serpiente se ha convertido en una curva cerrada, o la partícula libre cambió a una partícula T por una bifurcación del contorno o por llegar al límite de la imagen.

El modelo de crecimiento se modifica y las partículas libres no son impulsadas en este caso por resortes, sino que las partículas darán un paso de longitud fija. La expresión de la energía para este modelo de crecimiento se ve modificada en la parte de la energía interna, que ahora es de la siguiente forma:

$$E(p) = \beta \sum_i \left| -p_{i-1} + 2p_i - p_{i+1} \right|^2 - \lambda \sum_i M(p_i) \tag{4.5}$$

La serpiente creciente en este caso sólo contiene como energía interna el efecto de varilla o placa delgada, lo que controla su curvatura.

Para minimizar la energía externa de la expresión (4.5) es necesario que se tome el valor más alto de la magnitud del gradiente, por esa razón este sistema de crecimiento consiste en que las partículas libres antes de avanzar buscan entre un número determinado de opciones, que se encuentran alrededor de la partícula libre a una distancia radial h_p. Este esquema lo llamamos *Crecimiento de Paso Fijo en Cualquier Dirección*.

Se obtiene la dirección θ de la partícula libre, como la de la línea u que forma ésta con la partícula intermedia inmediata; esta línea se toma como base para determinar las nuevas direcciones, que difieren una de otra un ángulo ϕ que de antemano ha sido fijado. El número de posiciones candidatas para las partículas libres, está ligada al ángulo de búsqueda α, el cual se fija previamente y su función es controlar la posibilidad que la serpiente tiene de dar vuelta en esquinas muy agudas; sin embargo en la medida en que el ángulo α crece, la posibilidad de que la serpiente se regrese es mayor, por lo que se recomienda usar siempre valores de $\alpha \leq \pi$.

Las nuevas posiciones candidatas se encuentran todas sobre las direcciones anteriores a una distancia h_p de la partícula libre. La energía externa de cada una de las posibles nuevas posiciones de la partícula libre es evaluada, y la nueva posición es aquella que tenga el valor más alto de esta energía externa. Cuando la partícula libre avanza, en su lugar queda una partícula intermedia. En el caso de encontrar dos o más posiciones candidatas con el mismo valor de gradiente, la serpiente avanza a aquella posición que esté menos alejada angularmente de la línea base u. Una vez que la partícula libre avanzó el sistema itera un determinado número de veces para que la serpiente estabilice las nuevas posiciones y una vez hecho esto, la serpiente vuelve a avanzar. Para nuestra caso el número de iteraciones usado fue $\varpi = 20$.

El método de minimización utilizado es, como en el caso de las serpientes atrayentes, el de descenso Newtoniano; los detalles del método se encuentran en el capitulo tres. Con este modelo de crecimiento fueron probadas imágenes sintéticas y reales, algunas de ellas con altos niveles de ruido, y el comportamiento de las serpientes crecientes fue muy bueno. Al igual que en los casos anteriores la inicialización es automática. La búsqueda de posiciones candidatas para poner semillas de serpientes se realiza automáticamente cada vez que se ha concluido una época.

Con el esquema de crecimiento de Paso Fijo en Cualquier Dirección, la serpiente no es detenida por fuerzas externas, pero siempre se mueve sobre las zonas de más alto valor de energía externa que vaya encontrando. Este esquema de crecimiento se ejemplifica en la figura 4.11.

En este esquema de crecimiento podemos también encontrar en las descripciones finales serpientes abiertas en las zonas donde la magnitud del gradiente sufre decrementos importantes; éstas sin embargo, tienen en sus extremos partículas T, que se generan de la siguiente manera: si la restricción de curvatura es pequeña (valores pequeños de β), esto permite a la serpiente dar vuelta con facilidad; por eso, las partículas libres al llegar a zonas donde la magnitud del gradiente disminuye drásticamente, encuentra como las mejores posiciones candidatos aquellas que estén más alejadas angularmente de la línea u, y la dirección de avance presenta un regreso a la zona de la cual se alejaba; sin embargo esto genera que la partícula libre (L) se encuentre con partículas intermedias de sí

misma y entonces cambian su comportamiento a partículas de unión-T (T), y cuando esto ocurre la época de este extremo de la serpiente ha terminado. El comportamiento de las serpientes crecientes como en el caso anterior se ejemplifica en la figura 4.12.

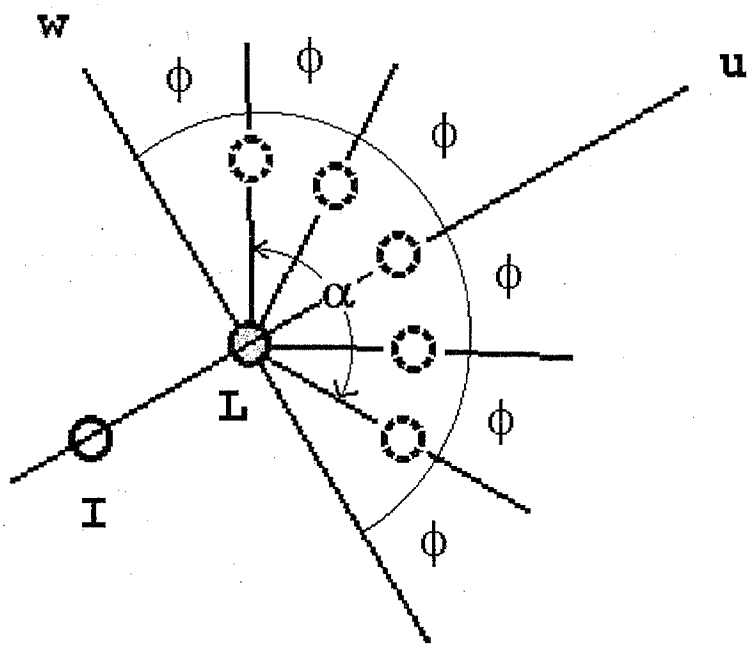


Figura 4.11.- esquema de crecimiento de Paso Fijo en Cualquier Dirección.
Las partículas en línea punteada son las posiciones candidatas para la partícula libre.

La figura 4.12 presenta la secuencia de avance de las serpientes crecientes bajo el sistema de crecimiento de paso fijo en cualquier dirección; en todos los casos supondremos que la zona gris representa la zona de valores altos de la energía externa. El panel a) presenta una serpiente que se está moviendo por la zona de energía externa alta y llega a una zona donde éste decrece drásticamente, en ese caso la partícula libre (L) sigue avanzando pero buscando simultáneamente la mejor posición. Como se muestra en el panel b) la partícula libre cambia su dirección para seguir sobre la zona de energía externa alta. El panel c) muestra el inicio del regreso que hace la partícula libre, buscando la mejor posición en términos del gradiente. El panel d) muestra a la partícula libre que se ha encontrado con una partícula intermedia. Al acercarse lo suficiente, la partícula libre cambia su status a partícula de unión-T (T), en ese momento la serpiente deja de crecer y podemos decir que ha terminado una época. El panel e) ejemplifica la posición final a la que puede llegar la serpiente realizando un alto número de iteraciones, después de que se ha convertido el extremo abierto en partícula de unión-T. La configuración final mostrada en el

panel e) se obtiene cuando la placa ha tenido un adecuado número de iteraciones que permite a esta fuerza interna realizar un *enderezado* del extremo.

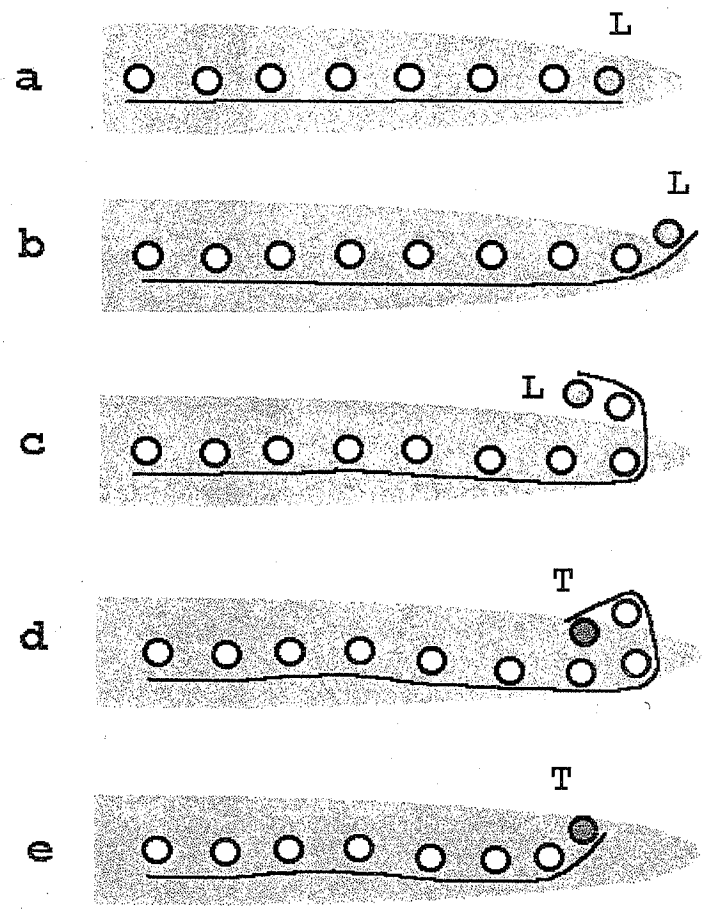
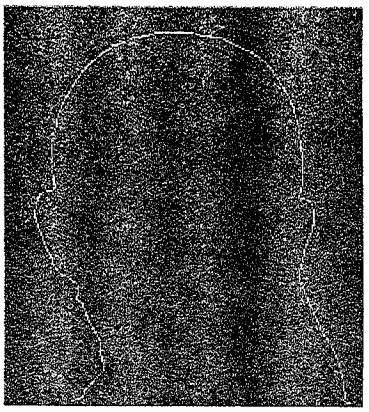


Figura 4.12.- Secuencia de avance de la serpiente creciente cuando se aleja de zonas de alta magnitud de gradiente.

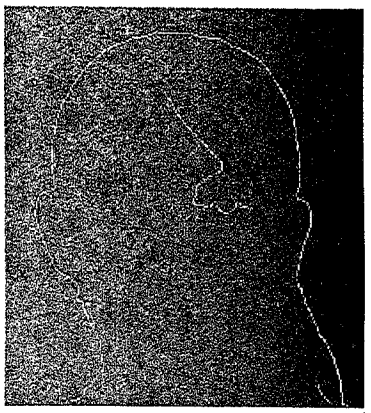
La figura 4,13 muestra una secuencia de determinación de contornos sobre la imagen de un rostro; las imágenes mostradas corresponden a aquellas épocas que presentan un incremento de 100 partículas o más en la longitud de las serpientes al final de la época (detalles relevantes en el aspecto del contorno). En este caso sobre cada imagen se muestra el valor del umbral ζ y el número de iteraciones ω empleadas para llegar a ese estado, a partir del inicio.

Imagen original

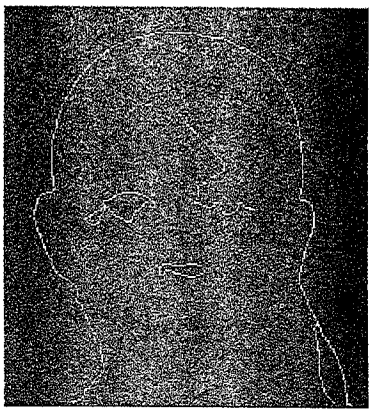
ω=793, ζ=144.47



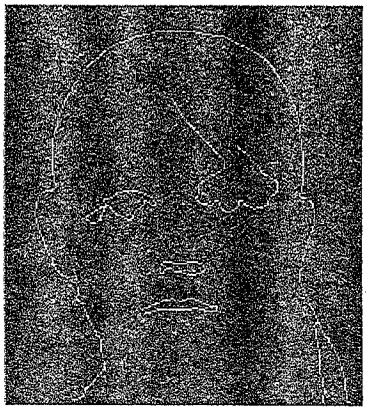
ω=1030 , ζ=74.47



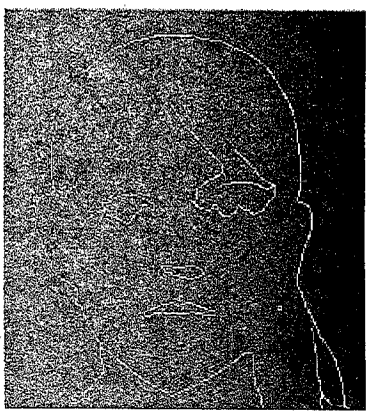
ω=1253, ζ=66.47



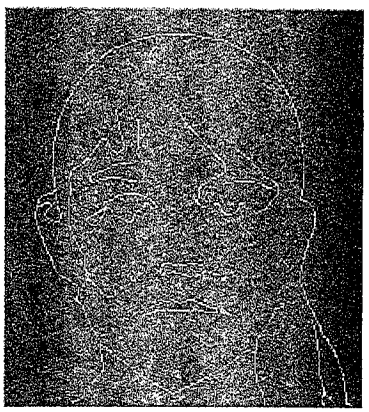
ω=1418, ζ=62.97



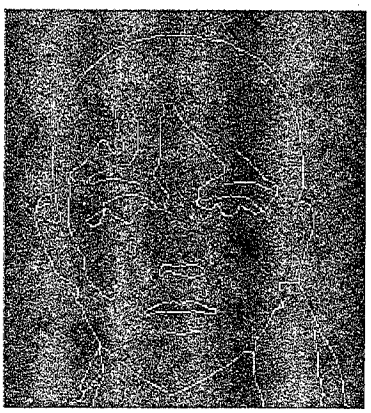
ω=1605, ζ=58.47



ω=1822, ζ=57.47



ω=2025, ζ=51.47



ω=2258, ζ=48.47

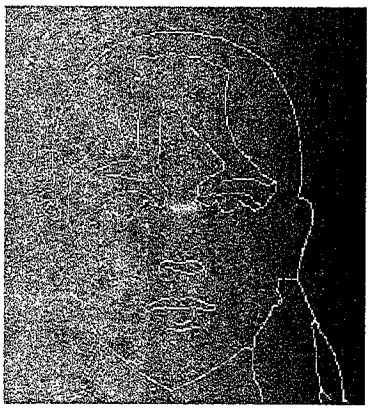
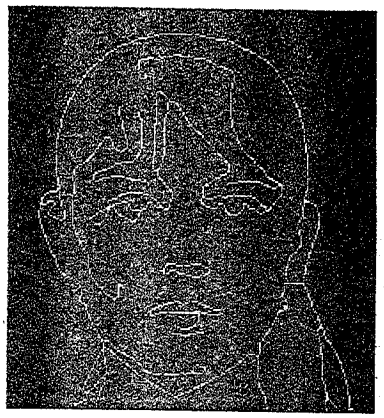


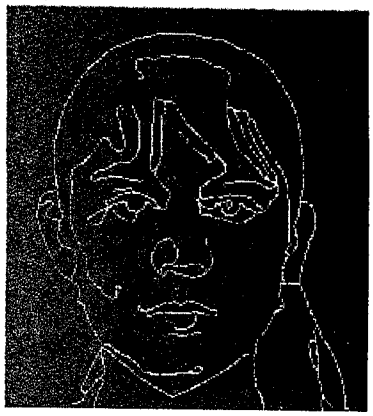
Figura 4.13 - A

ω=2505, ζ=40.47

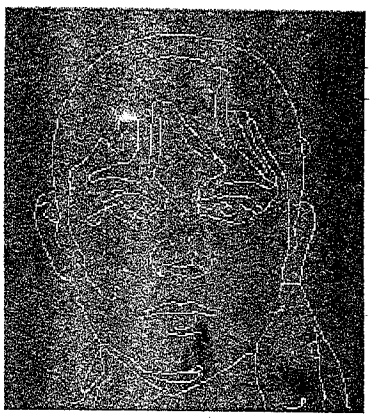


ω=2906, ζ=33.47

ω=3002, ζ=30.97



ω=3175, ζ=25.47



ω=3282, ζ=21.47

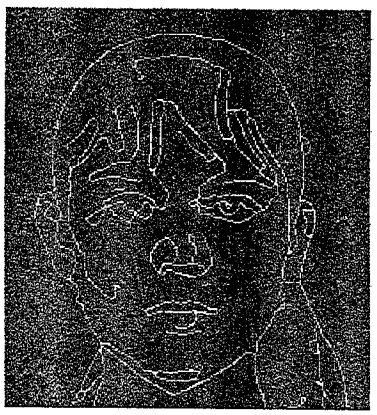


Figura 4.13 - B

Los parámetros utilizados para la figura 4.13 fueron $\beta = 5; \lambda = 1; h_p = 0.6$, la imagen fue filtrada con un kernel Gaussiano de $\sigma = 0.5$. Los decrementos del umbral fueron $\Delta\zeta = 0.5$ unidades de magnitud de gradiente. Dependiendo del tipo de imagen se recomienda que estos decrementos sean pequeños.

4.2.5 Resumen de parámetros.

La determinación de los parámetros de este nuevo esquema de crecimiento que hemos llamado Crecimiento de Paso Fijo en Cualquier Dirección, es nuevamente relevante en el buen funcionamiento de la serpiente creciente, por lo que los nuevos

parámetros se detallan en la tabla 4.2 y se dan recomendaciones de los valores típicos de éstos.

parámetro	descripción	valor típico
ϕ	Separación angular entre posiciones Candidato.	22 a 30 grados
α	Ángulo de búsqueda en el avance de la partícula libre	0 a 180 grados
ω	Número de iteraciones antes de que Avance la partícula libre.	10 a 20

Tabla 4.2.- Valores de parámetros para el sistema de Crecimiento de Paso Fijo en Cualquier Dirección.

4.2.6 Tercer esquema de crecimiento.

El esquema de crecimiento al que llamamos *Crecimiento de Paso Fijo en Dirección Recta*, es un caso particular del caso anterior, donde el valor del ángulo $\alpha = 0$, y el paso que dan las partículas libres es siguiendo la dirección de la línea u, y se le obliga a dar siempre un paso de longitud controlada h_p, como se muestra en la figura 4.14.

Después de que las partículas libres han dado un paso se permite que el sistema se estabilice antes de dar el siguiente paso; para lograr lo anterior se realiza un número de iteraciones ϖ, para nuestro caso $\varpi = 20$. Durante este tiempo la serpiente se encuentra sometida sólo a fuerzas internas y las partículas sufren modificaciones en sus posiciones. Después de esto las partículas libres vuelven a determinar la nueva dirección de avance y dan un paso. Se recomienda que la longitud del paso sea pequeña, de fracciones de pixel, para que las partículas libres no sean sacadas de la zona de interés al dar un paso. Lo anterior es especialmente delicado cuando en su crecimiento las partículas libres se encuentran con esquinas muy agudas, pues se necesita que el paso permita a la partícula libre el dar vuelta en la esquina.

Como en el caso anterior las partículas intermedias se insertan cada vez que la partícula libre da un paso y la nueva partícula intermedia ocupa su lugar.

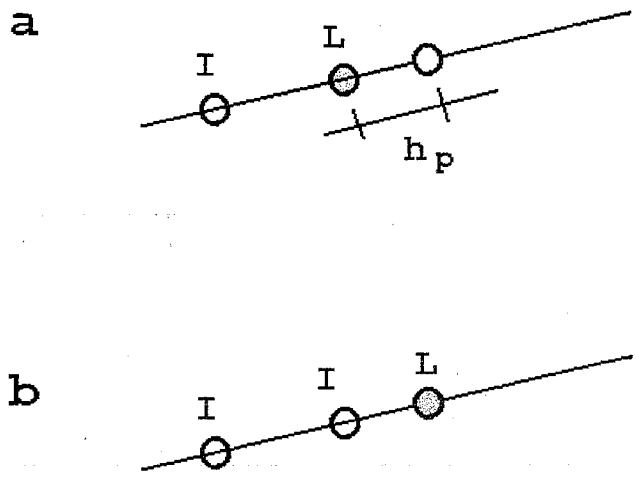


Figura 4.14.- Panel a) partícula libre avanzando en dirección de la línea formada con la partícula intermedia anterior, un paso de longitud h_p. Panel b) posición de las partículas después de dar el paso.

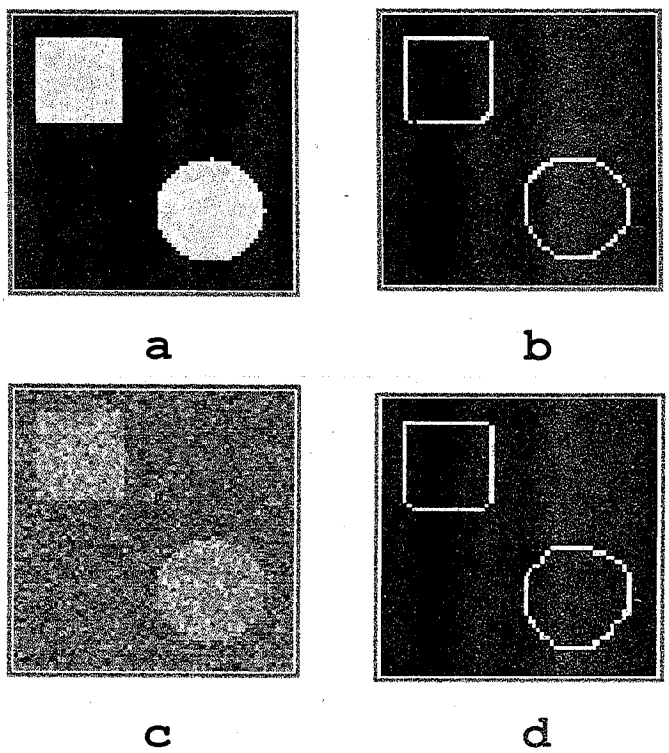


Figura 4.15.- Panel a) imagen sintética, sin ruido con dos objetos no conectados. Panel b) solución de serpientes crecientes, para el panel a). Panel c) misma imagen que la del panel a) con un 45% de ruido Gaussiano. Panel d) solución de serpientes crecientes, para el panel c).

En la figura 4.15, se presentan imágenes que contienen objetos no conectados, que son resueltos simultáneamente con las serpientes crecientes cuando en ambas aparecen puntos candidatos para un cierto valor de umbral ζ_0. En esta figura puede notarse que el proceso se ha detenido al finalizar una época, pues en las figuras 4.12 b y 4.12 d, no existen partículas libres en las serpientes, en este caso particular se tienen dos serpientes cerradas como solución. Los parámetros empleados para éstos experimentos fueron: $\beta = 2.0; \lambda = 1.0; h_p = 0.4$. Para las imágenes anteriores fue necesaria solamente una época y el umbral inicial fue $\zeta = 32.8$ para la del panel a); y para la del panel c) el umbral fue $\zeta = 34.7$. En ambos casos las imágenes originales fueron filtradas con un kernel Gaussiano de $\sigma = 1.5$.

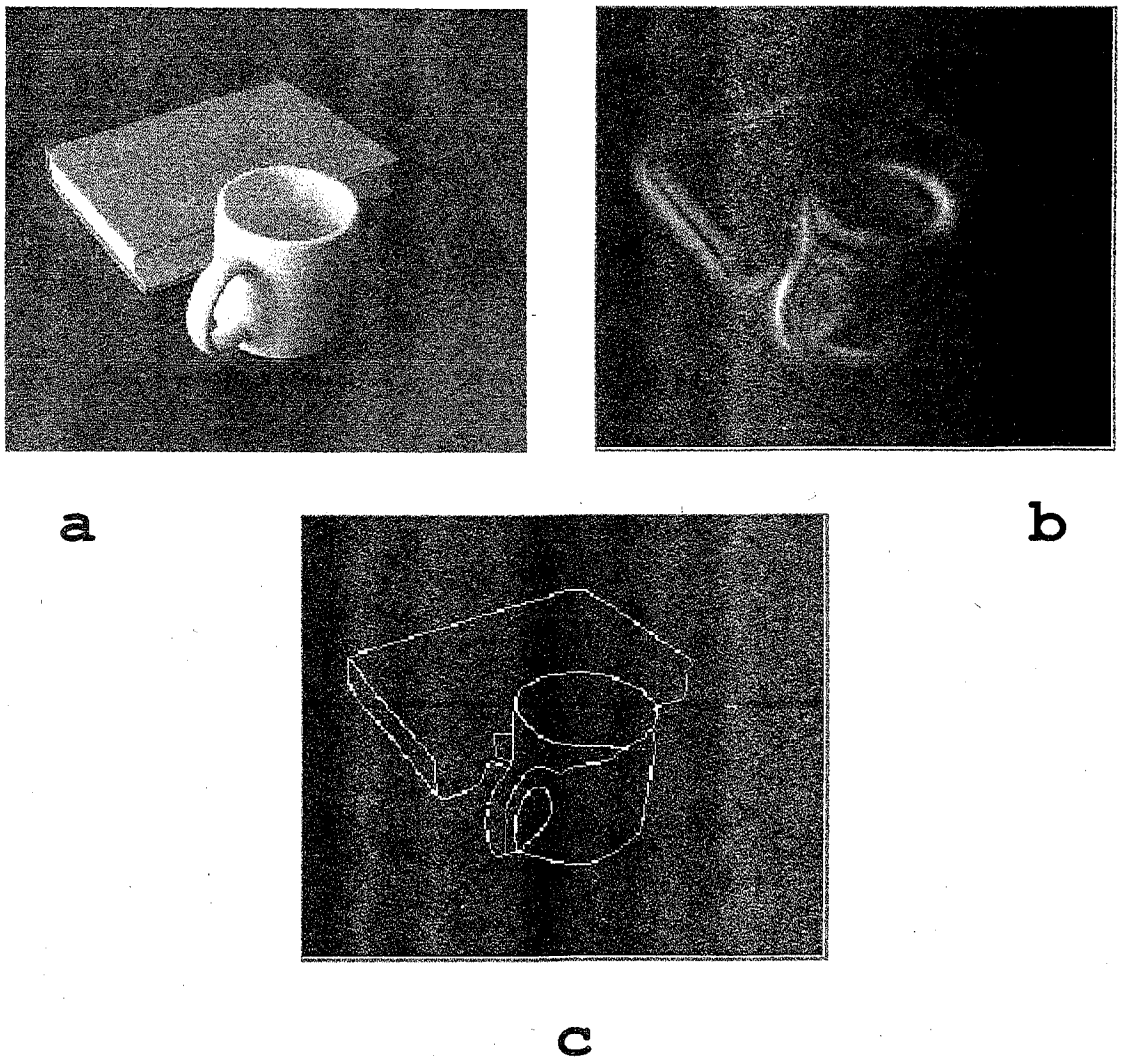


Figura 4.16.- Panel a) Imagen real, escena con dos objetos sobre un fondo de rica textura. Panel b) Imagen M sobre la que se mide la energía. Panel c) Solución con serpientes crecientes que permite determinar los contornos de los objetos.

La figura 4,16 a) presenta una escena real, en ella se tiene dos objetos, una taza y un libro; la taza ocluye al libro y ambos se encuentran sobre una superficie que presenta textura del tipo de vetas de madera. Esta imagen fue pre-procesada con un filtrado pasa bajas para la escala de $\sigma = 2.0$ y la imagen del panel b) muestra la magnitud del gradiente (imagen M), como se detalla en la expresión (4.2). El panel c) presenta la solución con serpientes crecientes. En esta imagen se utilizaron tres épocas y puede notarse que en la figura 4.16 c) no existen serpientes abiertas debido al mecanismo de crecimiento que obliga a la partícula libre a avanzar, como ya se dijo antes. Los valores de los parámetros utilizados en este experimento fueron $\beta = 1.0; \lambda = 1.0; h_p = 0.7$

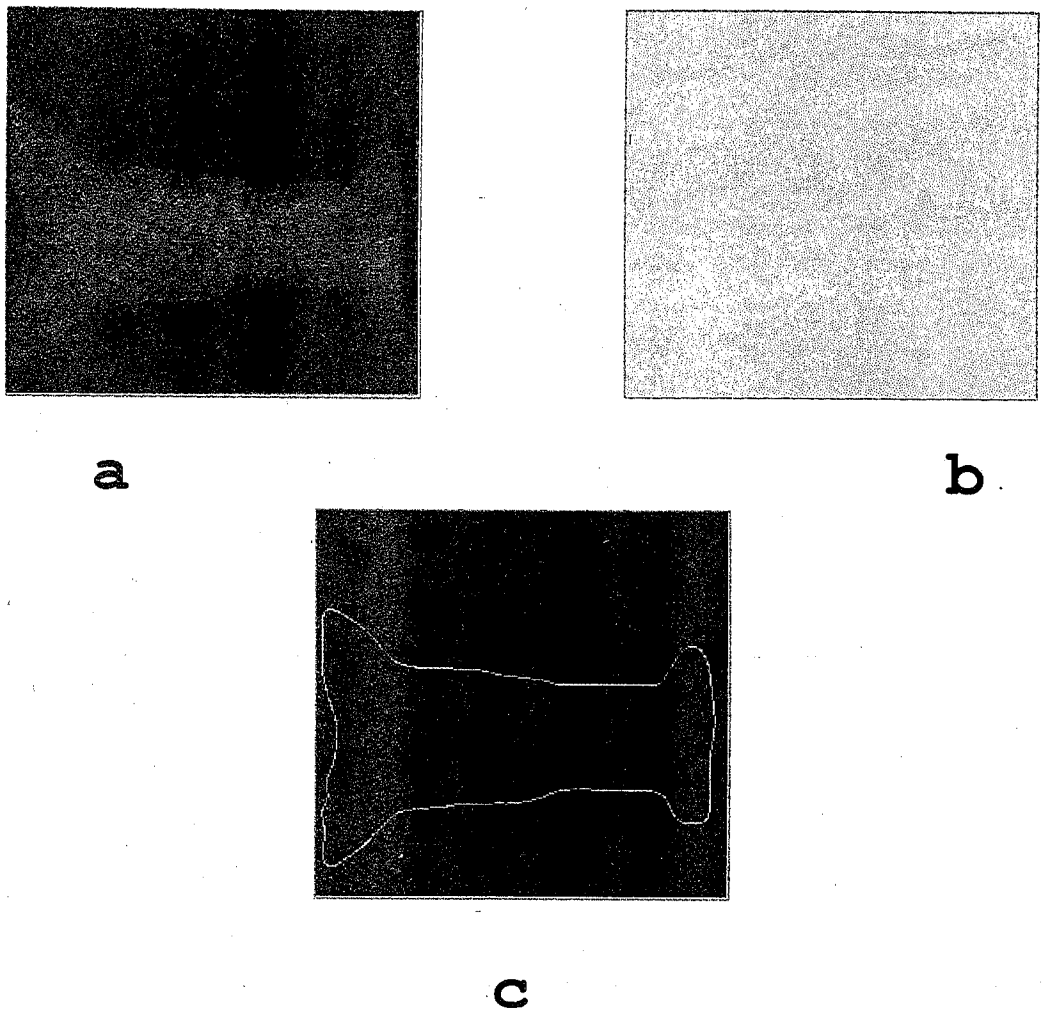


Figura 4.17.- Panel a) imagen real con ruido de moteado. Panel b) punto de la imagen donde da inicio la serpiente creciente. Panel c) solución con serpiente creciente.

La figura 4.17 a) presenta la imagen de una arnés bajo luz coherente (láser) que presenta un ruido de moteado (speckle noise). La determinación del contorno de imágenes bajo este tipo de ruido es un problema importante en la metrología óptica [9]. La imagen original fue filtrada con un kernel Gaussiano de $\sigma = 2.5$. Para la completa determinación del contorno fue necesaria una sola época y el valor del umbral fue $\zeta_0 = 7.24$; el panel b) muestra el punto candidato donde fue sembrada la semilla de serpiente creciente, éste se determinó automáticamente. El panel c) presenta el contorno determinado con el método descrito. Los valores de los parámetros fueron: $\beta = 5; \lambda = 1; h_p = 0.4$

4.3 Pre-proceso.

Cuando las imágenes sobre las que se trabaja en la determinación de contornos tienen altos niveles de ruido, el campo de fuerzas externas que se obtiene como el resultado de filtrados con kerneles Gaussianos, es en general un campo desordenado; los valores de magnitud y dirección en cada punto no presentan casi ninguna relación con sus vecinos de primer orden y ninguna con sus vecinos de segundo orden. Esta es la razón por la que las serpientes del modelo de Kass et al [22], tienen que proponer posiciones de inicio muy cercanas a las que se desean como posiciones finales. Por lo tanto es deseable que la dirección del campo de gradiente en las zonas cercanas a los contornos sea perpendicular a ellos, y que la influencia de esta dirección se pueda extender, para que la zona de influencia del contorno crezca.

En los intentos por generar campos de fuerzas externas más regulares, que ayuden a las serpientes a moverse en dirección de los bordes, se encuentra la propuesta de Xu et al [56] que se describe en el capítulo dos (sección 2.1.5). El campo vectorial de gradiente que ahí se propone, es una buena solución para imágenes sin ruido, pero la restricción de suavidad global genera, en imágenes con ruido, direcciones de gradiente que no siempre son normales al contorno más cercano.

En la figura 4.18 se presentan los resultados del campo de gradientes aplicando el método de Xu et al, a una imagen a la que el ruido le es aumentado. En el panel a) está la imagen original sin ruido, que tiene un fondo plano con una región circular de pendiente constante. En el panel b) la solución del campo de gradiente con el método de Xu (estas imágenes corresponden a la figura 2.12). El panel c) muestra la imagen original con ruido Gaussiano aditivo con $\sigma = 20.0$. El panel d) muestra el Campo Vectorial de Gradiente de la imagen del panel c), la cual presenta un campo desordenado por efecto del ruido. Para nuestro caso se ha utilizado un $\mu = 0.05$. El panel e) muestra el campo de gradiente para una imagen con ruido, obtenido con un valor de $\mu = 0.5$, lo que le da un peso muy alto a la restricción de suavidad global, y los resultados pueden verse en la forma que el campo adquiere.

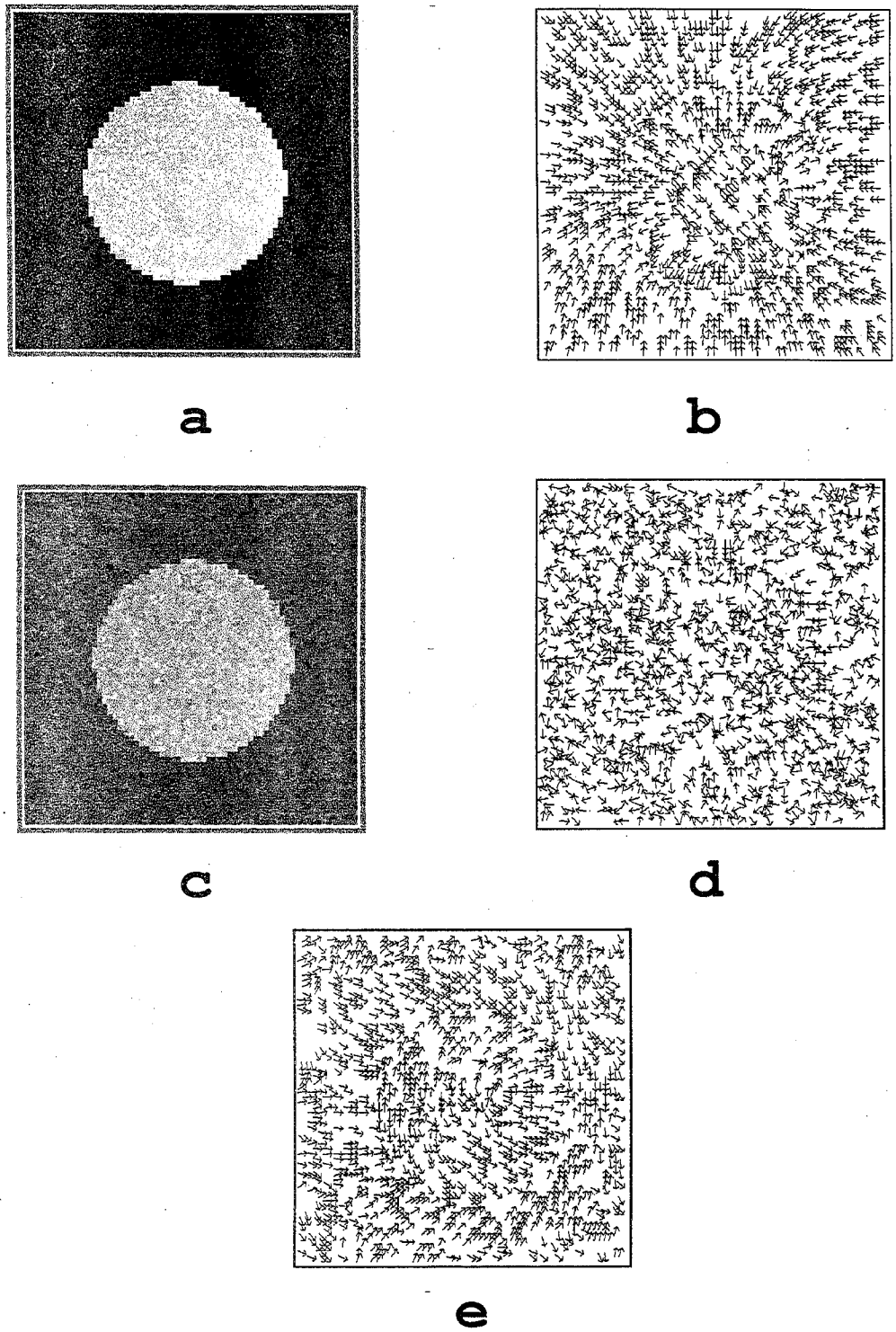


Figura 4.18.- Panel a) imagen sin ruido. Panel b) Campo Vectorial de Gradiente de panel a), obtenido con el método de Xu et al, para un $\mu = 0.05$. Panel c) imagen con ruido de $\sigma = 20.0$. Panel f) CVG de panel c), usando el valor de $\mu = 0.05$. Panel e) CVG para una imagen con ruido, con un valor de $\mu = 0.5$, donde puede verse el efecto que la restricción de suavidad local ejerce sobre el resultado.

Para que el campo se ordene en el caso de las imágenes con ruido, se requiere usar valores altos de μ, pero la restricción de suavidad global presenta entonces un Campo Vectorial del Gradiente que no conserva las direcciones perpendiculares a los bordes principales de los objetos de la escena. Este problema se ejemplifica en la figura 4.19, en donde se muestra en a) el caso de dos vecinos con direcciones de gradiente opuestas. En b) se muestra una representación de la solución suavizada, la cual es en cada localidad como el promedio pesado de las direcciones originales. Lo anterior ocasiona que en los bordes de los objetos se presenten con el método de Xu et al, direcciones del Campo Vectorial del Gradiente tangenciales a los bordes.

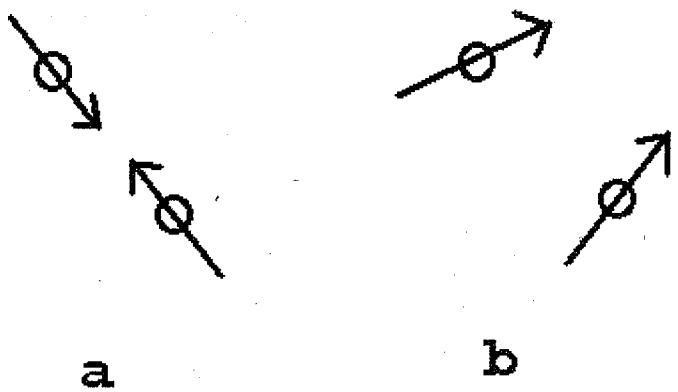


Figura 4.19.- Efecto de suavidad global en el método de Xu et al, al aumentar el valor del coeficiente μ.

En la figura 4.20 se presenta una imagen sintética con un círculo, que contiene ruido aditivo Gaussiano y el campo de gradiente vectorial obtenido con las expresiones de Xu et al. El hecho de que el campo vectorial se encuentre afectado por la magnitud del gradiente, hace que las fuerzas externas que se encuentran lejos de las zonas de gradiente alto sean muy pequeñas, y aún cuando la dirección fuera la correcta, su influencia en el movimiento de la serpiente es poca.

La restricción de suavidad de la expresión (2.16) obliga a mantener con un valor alto el coeficiente de regularización μ en imágenes con ruido y su efecto puede notarse en la figura 4.20 b) que presenta el campo vectorial de gradiente de Xu (GVF), en donde las direcciones de algunas zonas muy cercanas al borde no tienen una dirección que dirija a la serpiente hacia él. En el caso de la imagen mostrada se tienen direcciones tangentes al borde en la parte izquierda del círculo central. Las direcciones mostradas son 1500 puntos elegidos aleatoriamente sobre la imagen. La figura 4.20 c) muestra la posición inicial de las partículas que conforman una serpiente, y el panel d) muestra la solución que se obtiene al emplear el campo de

fuerzas externas mostrado en el panel b). La serpiente no converge al contorno deseado porque las fuerzas externas no actúan en la dirección del borde en la parte izquierda del círculo.

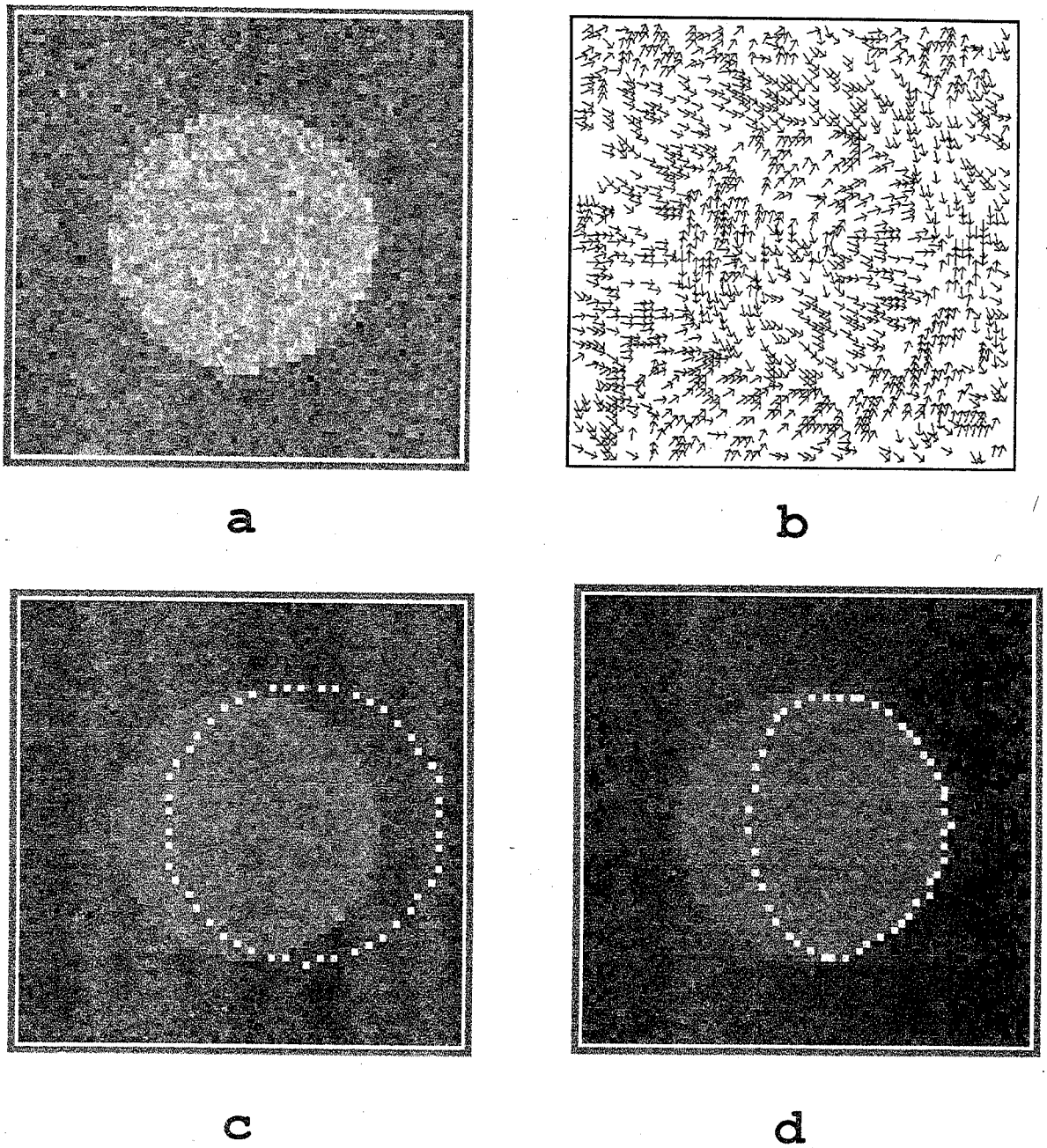


Figura 4.20.- Panel a) imagen sintética con ruido Gaussiano. Panel b) campo vectorial de gradiente obtenido con el método de Xu et al. Panel c) posición inicial de serpiente. Panel d) solución usando el campo de fuerzas del panel b).

La serpiente utilizada en la figura 4.20, es una serpiente como la descrita por Kass et al, y sus parámetros son: $\alpha = 0; \beta = 5.0; \lambda = 5.0$. Para estabilizarse se requirieron de 95000 iteraciones.

El problema anterior se aborda a continuación y se presenta una propuesta para extender la influencia del gradiente de los bordes a una amplia zona del campo de fuerza externa.

4.3.1 Modelos de Campos Aleatorios Markovianos.

Con el fin de tener campos de fuerzas externas con mejores características, se usará un modelo de Campos Aleatorios Markovianos (CAM) [27], la estimación Bayesiana usando estos modelos se aplicará a las imágenes como un pre-proceso con el objetivo de extender el campo de fuerzas externas con una dirección normal al borde, para garantizar la convergencia de las serpientes. En este caso se desea construir un campo f de direcciones, y éste se modela en una retícula regular L que coincide con los pixeles. Asumimos que estamos en un campo Markoviano en el sentido de que las dependencias probabilísticas de cada sitio están restringidas a sus vecinos.

La distribución *a-priori* del CAM, toma entonces la forma de la distribución de Gibbs:

$$P_f(f) = \frac{1}{Z_f} \exp\left(-\beta \sum_c V_c(f) \right) \tag{4.6}$$

donde la suma es tomada sobre los "cliques" c, del sistema de vecindades definido en L. La función de potencial V_c depende de los valores del campo en los sitios que pertenecen al clique; $\beta > 0$ es un parámetro de regularización y Z_f es la constante de normalización.

Un sitio en la retícula es $r = (x, y)$ y los sitios de pares vecinos se denotan por $\langle r, s \rangle$. El campo f es discreto por lo que se tiene $f_r \in \{q_1, q_2, \ldots, q_m\} \quad \{r \in L\}$. En nuestro caso los valores de q_i son direcciones que se encuentran dentro del rango $[0, 2\pi]$ y que difieren angularmente, del siguiente valor q_{i+1}, con una cantidad constante $\theta = \frac{2\pi}{m}$.

En este modelo de CAM discreto, usamos el modelo de un campo constante a pedazos, que es el modelo general de Ising [5], cuyos potenciales son:

$$V_{rs}(f_r, f_s) = \begin{cases} -1; si: f_r = f_s \\ 1; si: f_r \neq f_s \end{cases} \tag{4.7}$$

La imagen observada g es igual a la imagen deseada f afectada por alguna forma de ruido de distribución conocida; comúnmente se asume que el ruido es aditivo y con una distribución de Von-Mises [12], con media 0 y varianza σ^2.

Utilizando la regla de Bayes, la distribución *a-posteriori* es calculada como:

$$P_{f|g}(f) = \frac{P_{g|f}(f)P_f(f)}{P_g(f)} = \frac{1}{Z}e^{-U(f)} \tag{4.8}$$

Para determinar la verosimilitud $\hat{p}_r$, se debe de considerar que si para la imagen observada g, la magnitud del gradiente en el sitio r es grande, la distribución condicional correspondiente será puntiaguda porque la dirección en ese punto será más confiable. La verosimilitud entonces esta dada por la distribución de Von-Mises:

$$\hat{p}_r(k) = P_r(g(r)|f(r) = q_k) = \frac{1}{Z}\exp\left(-\kappa|\nabla g(r)|^2 \cos(\theta_M(r) - q_k)\right) \tag{4.9}$$

donde $\theta_M = arctan\left(\frac{g_y}{g_x}\right)$, y Z es una constante que se escoge de modo que $\sum \hat{p}_r(k) = 1$.

Entonces la energía de la expresión 4.8 es:

$$U(f) = -\sum_{r \in L} \log \hat{p}_r(k_r) + \beta \sum_{\langle r,s \rangle} V_{rs}(f_r, f_s) \tag{4.10}$$

y k_r es tal que $f_r = q_{k_r}$ y se asumen vecindades de primer orden para V_{rs}.

Para encontrar el estimador óptimo en un espacio discreto, se calcula el estimador óptimo para cada f_r, como el maximizador de la correspondiente distribución marginal a posteriori (MPM).

$$f_r = q_{k_{max}} \quad . \qquad (4.11)$$

$$k_{max} = \max_k \Pi_r(k)$$

Las marginales son determinadas como:

$$\Pi_r(k) = \sum_{f:f_r=q_k} P(f|g) \qquad (4.12)$$

Las marginales anteriores no pueden determinarse porque las sumas tienen un número excesivamente grande de términos, en el caso de poder generarlas; por ejemplo en el caso de que se tenga una imagen de tamaño $n \times n$, y el número posibles de estados de cada f_r sea $n = 5$, el número de sumandos es: 5^{n^2}.

Por lo anterior estas marginales son entonces aproximadas. Para esto se usará una técnica basada en los Campos de Medidas Gauss-Markov (CMGM) [30].

Las marginales empíricas p_r, o histogramas, se definen como:

$$p_r(k) = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n} \delta(f_r^j - q_k) \qquad (4.13)$$

donde $\{f_r^j; j = 1,2,...,m\}$ son muestras aleatorias independientes de la distribución $P(f|g)$. Esta definición no puede usarse para determinar las marginales empíricas por que no se conoce el algoritmo para determinar f^j y lo que se hará es obtener aproximaciones a las marginales empíricas.

Para resolver el problema anterior nos basamos en que puede probarse que las marginales empíricas forman un CAM que tiene la misma estructura de vecindades del CAM original [30], y son variables aleatorias formadas por la suma de variables aleatorias independientes. Así, por el Teorema del Límite Central, su distribución conjunta es una Gaussiana, lo que significa que tiene una distribución Gibbsiana con una función de energía formada por la suma de potenciales cuadráticos.

La función de energía propuesta para los CMGM es:

$$U(p)=\sum_{r\in L}|p_r-\hat{p}_r|^2+\lambda\sum_{\langle r,s\rangle}|p_r-p_s|^2 \tag{4.14}$$

donde $|p_r|^2=\sum_{k=1}^{m}(p_r(k))^2$.

La minimización de U se obtiene derivando parcialmente la expresión (4.14) con respecto a cada $p_r(k)$, e igualando a cero cada expresión resultante, lo que genera un sistema de m ecuaciones desacopladas, que pueden resolverse con algún método iterativo.

Si la malla L es rectangular $(n\times m)$, y se está dispuesto a imponer la condición de frontera de Neumann, (las derivadas espaciales de cada campo $p(k)$ en la dirección normal a la frontera es cero en la frontera de L), es posible resolver con métodos directos muy rápidos basados en la *Transformada Coseno Discreta*, que se define de la siguiente manera [14][29]:

$$DCT[f](u,v)=F(u,v)=\sum_{x=0}^{m}\sum_{y=0}^{n}4f(x,y)\cos\left[\frac{\pi u}{2m}(2x+1)\right]\cos\left[\frac{\pi v}{2n}(2y+1)\right] \tag{4.15}$$

para $(u,v)\in L$. La inversa de la transformada está dada por:

$$DCT^{-1}[F](x,y)=\frac{1}{nm}\sum\sum w(u)w(v)F(u,v)\cos\left[\frac{\pi u}{2m}(2x+1)\right]\cos\left[\frac{\pi v}{2n}(2y+1)\right] \tag{4.16}$$

donde $w(x)=1/2$ para $x=0$ y es igual a 1 en cualquier otro caso.

Obteniendo $\frac{\partial U_k}{\partial p_r(k)}=0$ de la ecuación (4.14), usando la ecuación (4.16) y resolviendo para $p_r(k)$, uno obtiene que el campo óptimo está dado por:

$$p_r(k)=DCT^{-1}[\rho](r) \tag{4.17}$$

con:

$$\rho(u,v)=\frac{DCT[\hat{p}_r(k)](u,v)}{1+2\lambda\left(2-\cos\left(\frac{\pi u}{n}\right)-\cos\left(\frac{\pi v}{m}\right)\right)} \tag{4.18}$$

Los tiempos de pre-proceso, utilizando los Campos de Medidas Gauss-Markov, para generar el campo de fuerzas externas de una imagen de tamaño 256x256, utilizando una computadora con procesador Pentium mmx, de 300 Mhz, es del orden de 10 segundos.

Los Campos de Medidas Gauss-Markov no utilizan el promedio o el promedio pesado de las direcciones propia y de los vecinos para obtener su dirección, como se explicó que lo hace el método de Xu et al. CMGM se basa en la asignación de la dirección de acuerdo a la moda de las direcciones de los vecinos.

En la figura 4.21 se presenta el caso de una ventana en donde se asigna la dirección de la localidad central con el criterio de CMGM; en la parte inferior de cada ventana se presenta la función de distribución de las marginales empíricas aproximadas. El caso más interesante se presenta cuando la función de distribución es bimodal, como en el caso de los bordes de los objetos de las imágenes, y la selección para la asignación de la dirección se hace con la moda mayor.

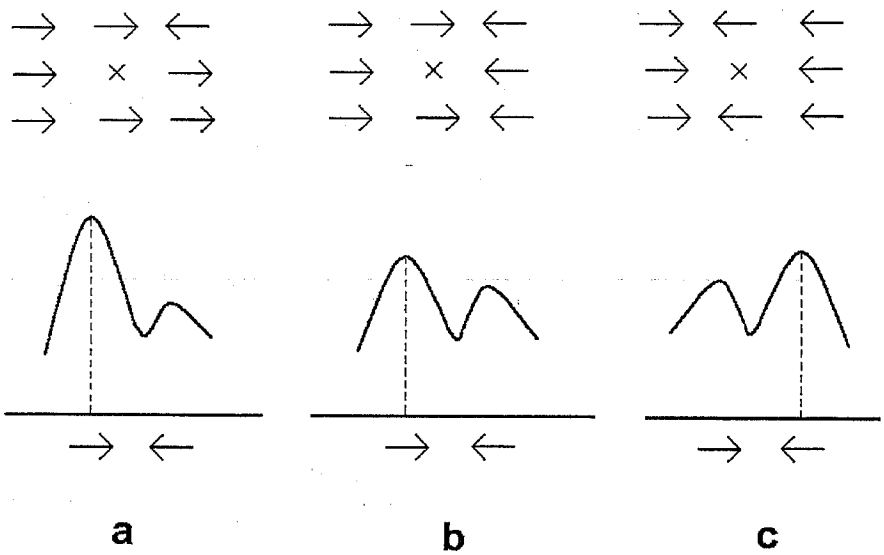


Figura 4.21.- Parte superior: ejemplo con ventana de ocho vecinos utilizada para asignar dirección a la posición central, marcada con X, utilizando el criterio de los CMGM. Parte inferior: función bimodal de la distribución de las marginales empíricas aproximadas; con línea punteada se marca la moda mayor, que corresponde a la dirección que se acepta para la posición en cuestión.

Las distorsiones introducidas por la condición de suavidad local del modelo de Xu et al, son evitadas cuando la regularización del campo vectorial del gradiente se realiza con los Campos de Medidas Gauss-Markov. El resultado de este proceso es una imagen suave a pedazos en el campo de direcciones del gradiente. Para nuestros ejemplos se tomaron como los estados posibles de f, $m=16$ direcciones separadas angularmente como se explicó anteriormente. Una vez que se tienen las direcciones, la magnitud de todo el campo es unitario y así todas las fuerzas externas aportan de igual forma, sin importar su magnitud de gradiente, o su distancia al borde más cercano.

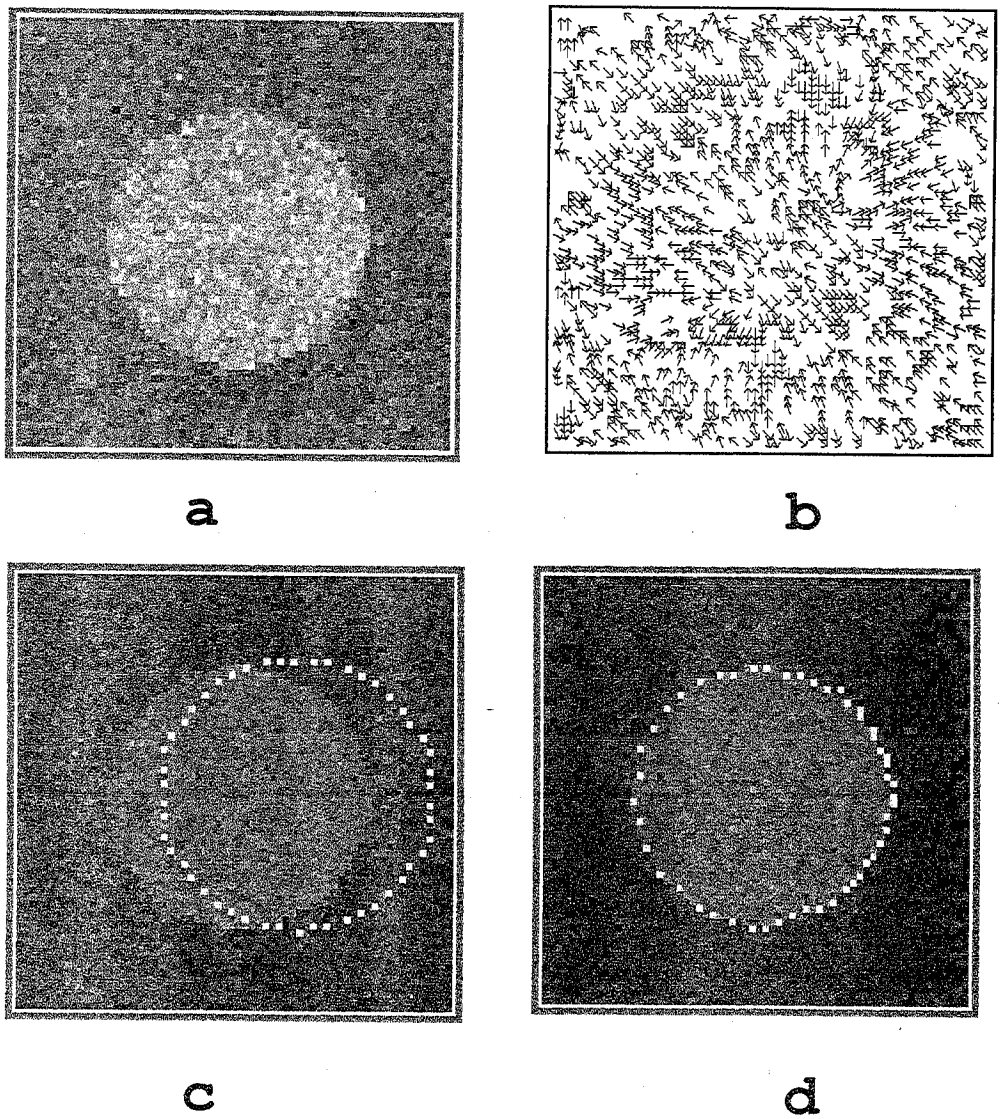


Figura 4.22.- Panel a) imagen sintética con ruido Gaussiano. Panel b) campo de direcciones de gradiente obtenido con el método de Campos de Medidas Gauss-Markov. Panel c) posición inicial de serpiente. Panel d) solución usando el campo de direcciones regularizado.

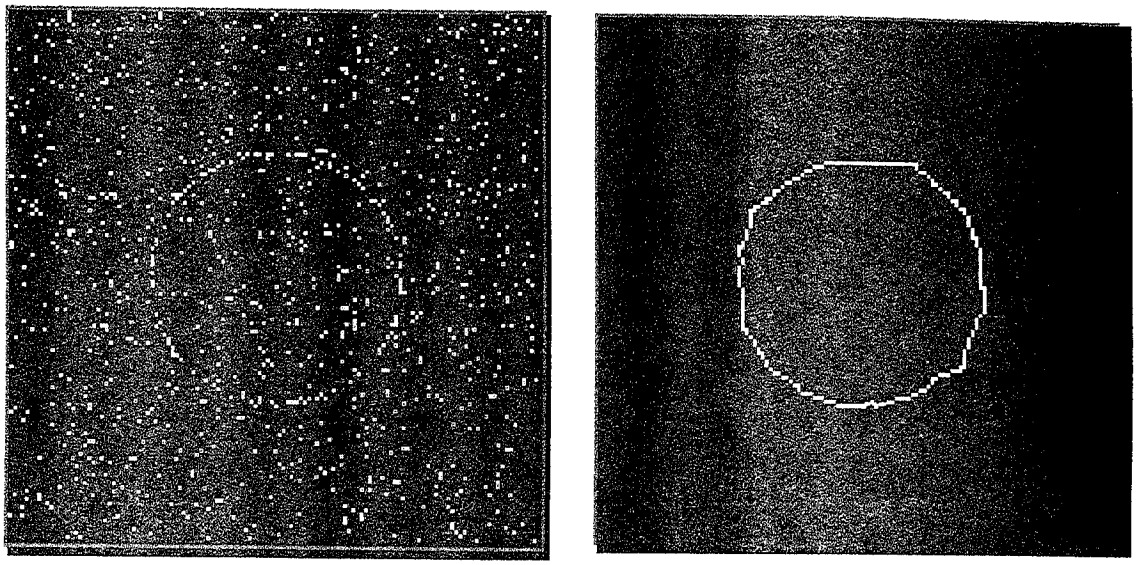
El procedimiento anterior genera campos de fuerzas externas muy regulares y extiende las direcciones de los gradientes, lo que permite a las serpientes un mejor acercamiento a los bordes de los objetos de las imágenes, aún cuando se encuentren lejos de éstos.

En la figura 4.22 el panel a) presenta la misma imagen de la figura 4.20 a), la cual por su cantidad de ruido no generó un campo vectorial apropiado, con el método de Xu et al. En el panel b) se presenta el campo de direcciones obtenidas con el método de Campos Aleatorios Markovianos para la imagen anterior, y puede notarse que las direcciones perpendiculares a los bordes se han extendido a grandes zonas; se puede ver que en el borde del círculo las direcciones son opuestas entre si y perpendiculares a éste, situación por demás deseable. En 4.22 c) se muestra la posición inicial que se probó en la aplicación de una serpiente, que es la misma de la figura 4.20 c). La figura 4.22 d) presenta la solución de la serpiente obtenida con el nuevo campo de fuerzas externas, cuando se ha utilizado los modelos de CAM, para realizar un pre-proceso.

La serpiente utilizada en la figura 4.22 es como antes, una serpiente como la descrita por Kass et al, y sus parámetros son: $\alpha = 0; \beta = 5.0; \lambda = 5.0$. Para estabilizarse se requirieron de 3090 iteraciones. Además de que con este campo de direcciones, las fuerzas externas son de gran ayuda en la determinación del contorno, el número de iteraciones se ve reducido drásticamente para la estabilización del sistema.

El uso del pre-proceso permite resolver contornos de imágenes, cuyo campo de gradiente sea muy desordenado, ya sea motivados por el alto nivel de ruido o por que la información que se brinda en la imagen original aparece incompleta. Este último es el caso de la imagen de la figura 4.23, donde aparece como imagen original una imagen binaria que contiene 30% de ruido impulsivo. En la imagen original se puede intuir la presencia de un círculo cuyo borde se encuentra incompleto, con la ayuda del pre-proceso el contorno que se intuye puede ser detectado por las serpientes crecientes, a pesar de la falta de información que del borde se tiene. La solución en una época se presenta en la figura 4.23 b).

Los parámetros empleados para este experimento fueron $\beta = 50; \lambda = 1$, y el sistema de crecimiento fue el de paso fijo en cualquier dirección tomando 5 posiciones candidatas separadas entre sí una distancia angular de $\phi = \pi/6$, el paso fue de $h_p = 0.7$. La imagen M utilizada fue como en la expresión (4.5), en la escala mas fina. Este tipo de contornos no es posible determinarlos con ninguno de los otros métodos discutidos en el capítulo dos.



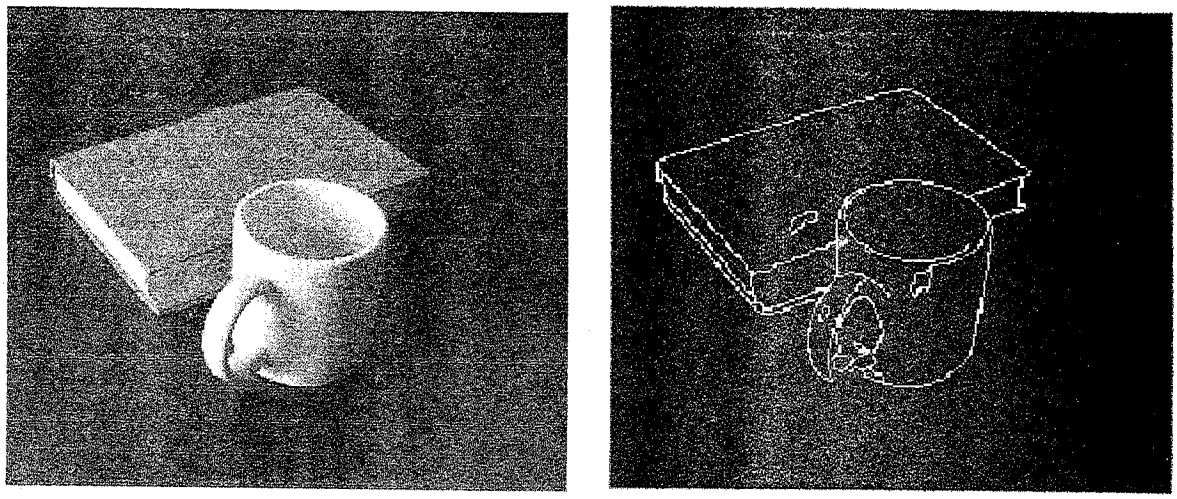
a b

Figura 4.23.- Panel a) imagen binaria con el borde intuitivo de un círculo y ruido impulsivo. Panel b) contorno detectado por las serpientes atrayentes

4.4 Espacio de escalas.

Al sistema se la ha incluido la posibilidad de moverse sobre el espacio de escalas, como ya se explicó, el desplazar las soluciones sobre este espacio permite encontrar soluciones más finas cada vez que se cambia hacia una escala menor. Cada vez que se realiza un cambio de escala las serpientes crecientes usan como primera aproximación la solución encontrada en la escala anterior y para poder afinar la solución, las partículas de unión-T que existan son cambiadas a partículas libres, dándoles así posibilidad de crecer en esta nueva escala. El cambio de escala se realiza filtrando la imagen original con un filtro de menor desviación estándar σ_i, que el de la escala de la cual se ha obtenido la última respuesta.

La figura 4.24 presenta la solución encontrada al utilizar las serpientes crecientes en el espacio de escalas, al determinar los contornos de la escena real que se presenta en el panel a). Esta es la misma imagen de la figura 4.13 a). Puede notarse al comparar que el nivel de detalle obtenido al utilizar el espacio de escalas es mejor para esta figura 4.24 b).



a b

Figura 4.24.- Panel a) imagen real. Panel b) resultado de la aplicación de las serpientes crecientes utilizando el espacio de escalas.

La imagen 4.24 a) fue procesada utilizando el espacio de escalas, inicialmente se filtró para los valores de $\sigma = 1.0$ y una vez que se tuvo una respuesta en una época apropiada, ésta se utilizó como propuesta inicial para la escala de $\sigma = 0.3$, de esta última escala se muestra en la figura 4.24 b) la respuesta final, al aplicar la técnica de las serpientes crecientes. Puede notarse al comparar esta imagen con la de la figura 4.13 c) que el nivel de detalle ha aumentado, por ejemplo en ésta última figura es detectado el espesor de las pastas del libro, o el espesor en la zona inferior de la boca de la taza y se puede segmentar la mancha clara que existe sobre la pasta del libro.

4.5 Uniones-T y su mejor configuración.

En el problema de la oclusión, los contornos se bifurcan y las serpientes crecientes encuentran configuración de uniones-T. En la segmentación de las figuras toma especial relevancia el que cada una de estas uniones tengan la configuración correcta, es decir aquella que permita la correcta extracción de los objetos. Las uniones-T en los contornos sólo pueden tener una de tres posibles configuraciones. En la figura 4.25 se presenta el caso de una bifurcación y se esquematizan las tres posibles configuraciones, la partícula del tipo T es señalada en todos los casos como la partícula extrema de la serpiente de partículas con interior de color blanco. En todos los casos de trata de la misma bifurcación, por lo que para fines de

comparación se presentan las partículas con la misma posición en cada caso y las varillas o placas delgadas que controlan la curvatura de la serpiente se dibujan para ayudar a reconocer cada configuración. Cuando una serpiente creciente adopta en una partícula libre la forma de una partícula de unión-T por haber encontrado en su proceso de crecimiento partículas intermedias de otra serpiente, la nueva partícula T detiene su crecimiento y describe la bifurcación del contorno, pero en ninguno de estos casos se puede tener la seguridad de que esta configuración sea la más adecuada para la correcta segmentación.

Por lo anterior, cuando la última época de las serpientes crecientes ha concluido, el sistema en forma automática determinará la mejor configuración de cada una de estas bifurcaciones; para hacerlo el sistema revisa una por una cada bifurcación y genera en cada caso las tres posibles configuraciones, en cada una de ellas la energía del sistema es medida después de un número fijo de iteraciones, que para nuestro caso este número es 50 para cada configuración. La configuración que aporte la menor energía al sistema es aceptada como la configuración de la bifurcación en cuestión.

Cabe señalar que en la selección de la mejor configuración de una bifurcación, pueden existir dos muy parecidas, que aporten casi la misma energía al sistema, en ese caso al escoger la de menor energía no se puede garantizar que sea la configuración correcta para la apropiada segmentación. En tanto la difrecia de energía entre las posibles configuraciones sea mas distinguibles, la posibilidad de escoger la configuración correcta aumenta.

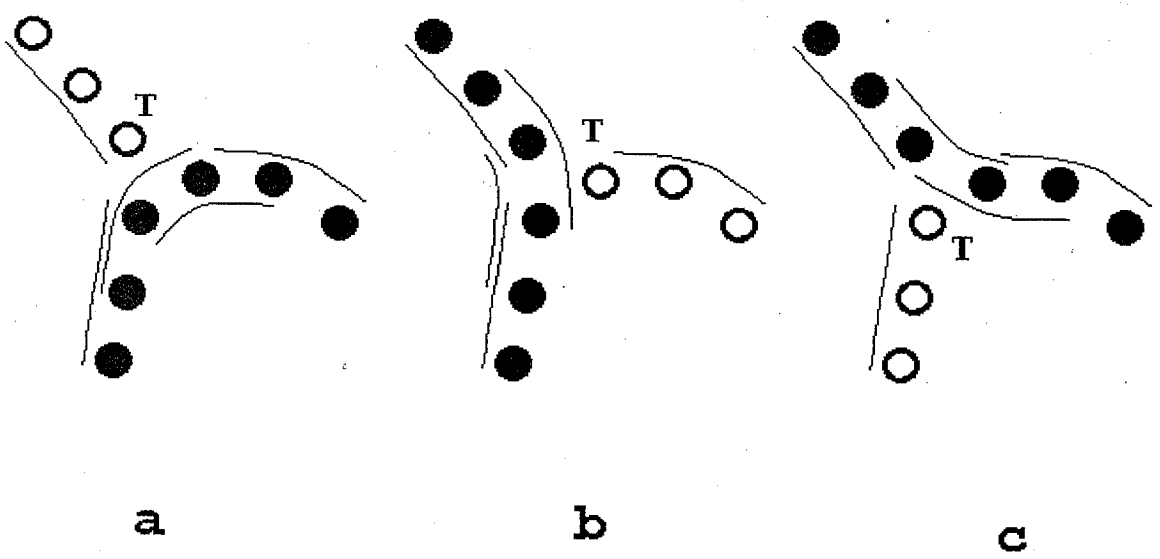
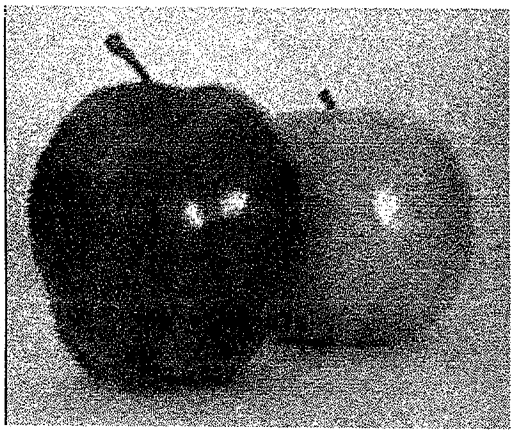


Figura 4.25.- sobre la misma bifurcación de un contorno, las tres posibles configuraciones. Las partículas del tipo unión-T se indican en cada caso.

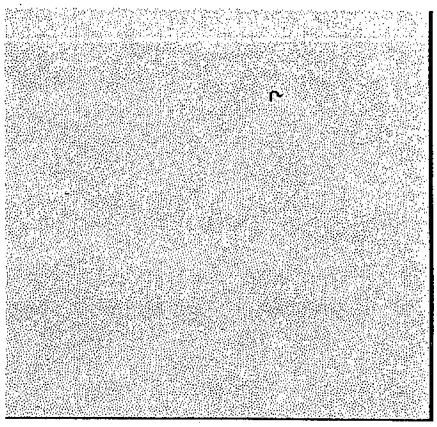
La figura 4.26 presenta la secuencia completa de la obtención de los contornos de las manzanas de la escena. La imagen a) corresponde a la imagen original, ésta imagen fue pre-procesada y filtrada con un kernel Gaussiano para la escala de $\sigma = 0.5$, en esta escala fueron desarrolladas las épocas con las que la serpientes crecientes encuentran el contorno. El panel b) muestra el inicio de la serpiente creciente, donde el valor del umbral fue $\zeta_0 = 100.03$; y el panel c) presenta la configuración obtenida al final de la primera época. La segunda época se inicia cuando el umbral tiene el valor $\zeta_1 = 80.82$, y describe uno de los brillos de la manzana de la izquierda como se muestra en el panel d). El panel e) representa la tercera época y su umbral es $\zeta_2 = 76.13$, aquí se encuentra el contorno del segundo brillo de la manzana de la izquierda. En el panel f) se determina el brillo de la manzana de la derecha y el valor del umbral fue $\xi_3 = 44.43$. El panel g) muestra el contorno del límite entre las dos manzanas y el umbral final es $\zeta_4 = 37.22$. Al final de esta época se da por terminada la búsqueda de los contornos. En ésta última época se han determinado dos uniones-T, y por la secuencia mostrada en las imágenes de la figura 4.26, sabemos que no es la que nos permite la correcta segmentación de los objetos.

La unión-T de la parte superior del contorno que divide a las dos manzanas se encontró con una configuración como la mostrada en la figura 4.25 c), aún cuando la mejor configuración sería una equivalente a la de la figura 4.25 b) y lo mismo ocurre en la otra unión-T. Para resolver las uniones anteriores se evalúan para cada caso las tres posibles configuraciones y se elige la que aporte la menor energía al sistema. En ambos casos la configuración correcta es determinada en forma automática. Una vez que se obtuvieron las configuraciones correctas en las uniones-T, se cambió de escala para afinar el resultado, y ésta es la correspondiente a $\sigma = 0.0$, en esta escala se iteró el sistema para permitir que la serpientes obtuvieran la mejor posición posible. El contorno final se muestra aplicado sobre la imagen original en el panel h), los puntos obscuros en él representan la posición de las uniones-T determinadas por el sistema.

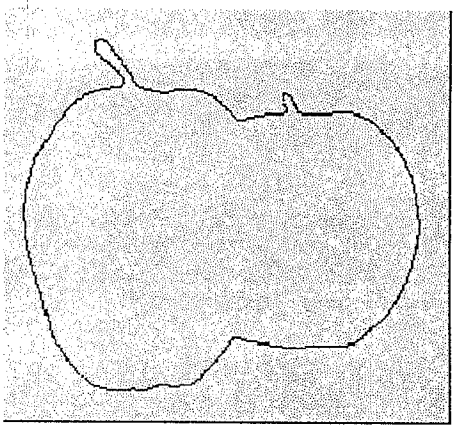
Los parámetros utilizados para procesar la imagen 4.26 son: $\beta = 50; \lambda = 1; h_p = 1.0$. El esquema de crecimiento fue el de paso fijo en cualquier dirección, tomando 7 posiciones candidatas separadas angularmente $\phi = \pi/8$, y el número de iteraciones de equilibrio para la serpiente antes de volver a dar un paso fue de 5. Una vez que se cambió a la escala más fina, el umbral utilizado para encontrar puntos donde poner nuevas semillas se detuvo y el sistema se iteró 1000 veces, buscando así que las serpientes crecientes encontraran la mejor posición en esta escala,



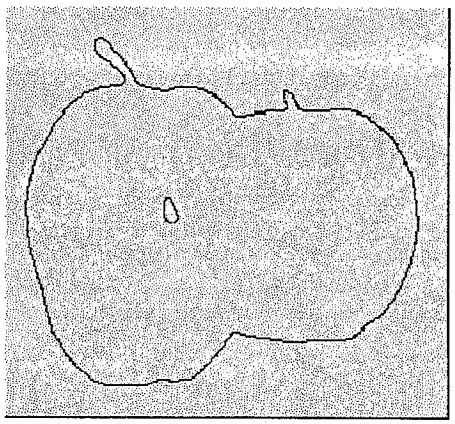
a



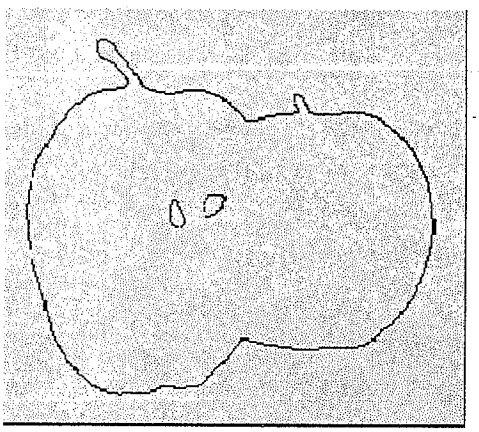
b



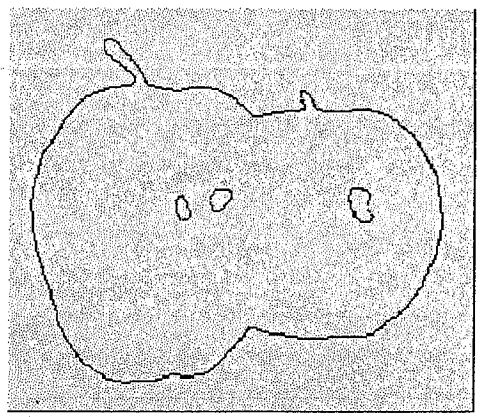
c



d

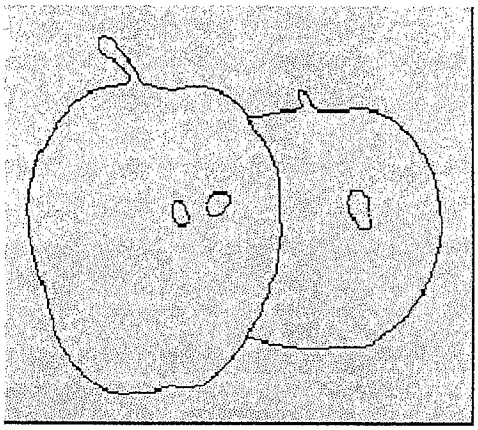


e

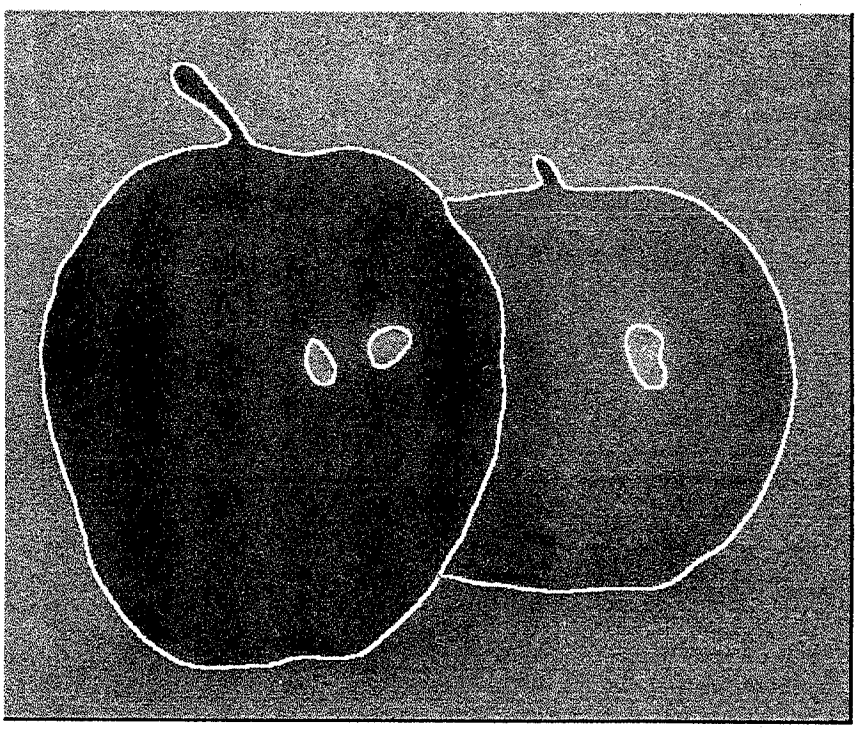


f

Figura 4.26 - A



g



h

Figura 4.26 - B

El método de las serpientes crecientes lo comparamos en la figura 4.27 con el método de Tek et al [48], en el cual se utilizan técnicas de difusión y se basa en el uso de conjuntos de nivel para la determinación de los contornos, en el panel a) se muestra la imagen de una esfera con una sombra inferior, ésta imagen contiene un 30% de ruido Gaussiano. El panel b) muestra la solución que se encuentra con el método de las *burbujas de reacción-difusión* de Tek. En esta imagen puede notarse que aparece un contorno interno en la esfera, el cual no existe realmente y este contorno hace contacto con el contorno exterior en la parte superior derecha; la definición de los puntos de las uniones-T no están bien definidas y se pierde precisión con este método. El panel c) muestra la solución encontrada con las serpientes crecientes, en este caso no se presenta el contorno interior (lo cual es correcto), y los puntos de las uniones-T se encuentran bien definidos en posición y configuración.

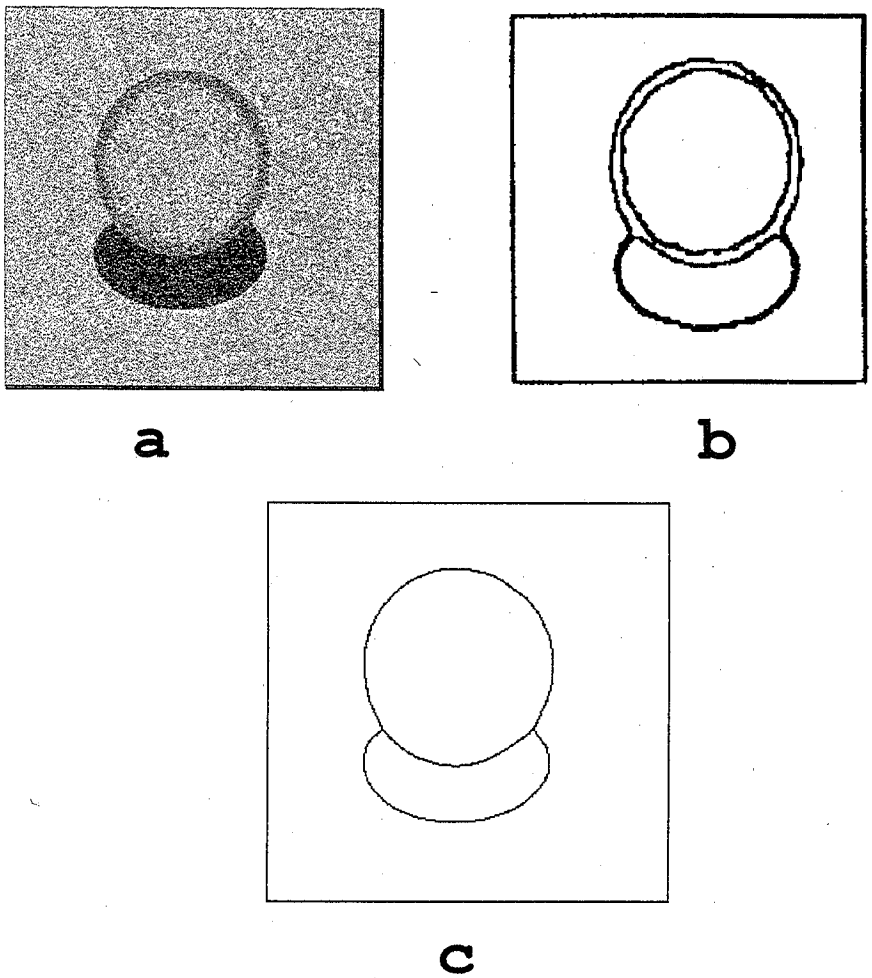


Figura 4.27.- Comparación del método de Tek et al y las serpientes crecientes.

En la figura 4.28 se presenta un detalle de la comparación del tipo de solución que brindan los métodos de Tek et al y las serpientes crecientes, para esto se ha elegido la unión-T de la derecha de la imagen, que se forma entre la sombra y la esfera. El panel a) muestra el detalle de la unión-T del contorno obtenido con el método de Tek, en tanto que el panel b) muestra el detalle de la misma zona, resuelto con las serpientes crecientes. Puede notarse que la unión-T es mejor definida con nuestro método que con el de las *burbujas*.

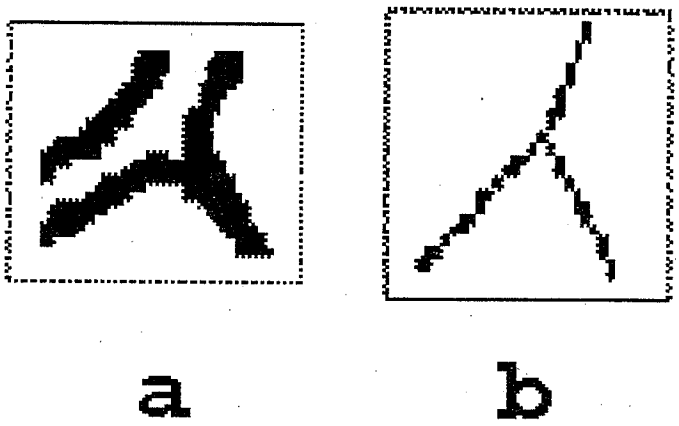


Figura 4.28.- Comparación de detalle de union-T entre el método de burbuja y el de serpientes crecientes.

4.6 Conclusiones.

Se ha presentado en este capítulo un nuevo método de contorno activo paramétrico, y éste permite resolver los problemas actuales que se presentan en la determinación de contornos en imágenes digitales, problemas que hasta la fecha permanecían abiertos.

La asignación automática de la posición inicial que se presenta aquí, releva al usuario de lo que hasta el momento era una tarea de él; dar la posición inicial para las serpientes, y evita el que se asigne un gran número de posiciones con la esperanza de que algunas de ellas progresen hasta encontrar una configuración

final. Por el contrario el sistema realizado encuentra automaticamene una posición inicial sólo en los puntos de interés y siembra las serpientes con la mejor posición para iniciar su crecimiento, lo que es una solución al problema de la inicialización.

El filtrado por épocas puede ser procesado automáticamente cuando se conoce el valor de umbral final ζ_f que marca la época en donde el proceso debe de detenerse, de otra forma se presenta una ayuda visual donde al final de cada época puede mostrarse la información y el usuario, si así lo desea, puede detener el proceso de sembrado de serpientes. El usuario no requiere de intervenir en el proceso, obteniendo así un sistema automático, que hasta la fecha no se había podido determinar.

Con los tres esquemas de crecimiento de las serpientes, el tipo de problemas que se puede abordar es diferente. En el primer caso (*crecimiento por fuerza interna de empuje*), las serpientes pueden estabilizarse aún cuando existan partículas libres, y como se mostró, en algunos casos puede llegar a ser importante mantener este tipo de configuraciones. El segundo *(paso fijo en cualquier dirección*), permite tener una serpiente que puede detenerse en los casos en que el gradiente disminuye drásticamente y formar descripciones abiertas, o seguir avanzando siempre hasta formar contornos conectados, pero siempre buscando la mejor posición dentro de un pequeño conjunto de posiciones candidatas. El tipo de problemas que se pueden resolver con estos esquemas de crecimiento son iguales y se recomienda el uso del esquema de paso fijo en cualquier dirección por ser éste mas rápido que el de crecimiento por empuje.

Finalmente el tercer esquema de *crecimiento* (*paso fijo en dirección recta*), es un caso particular del esquema anterior y es utilizado en los casos en que se desea que las serpientes se detengan sólo si han llegado a toparse con otra para describir una bifurcación, o han llegado al límite de la imagen. Cualquiera de los esquemas de crecimiento presentados demostraron tener un buen comportamiento bajo situaciones de alto nivel de ruido, y con diferentes tipo de ruido.

La implementación de un pre-proceso basado en los modelos de Campos Aleatorios Markovianos, brindó una importante ayuda al regularizar y extender la influencia de los campos de fuerzas externas; de esta forma las serpientes al crecer no se saldrán de las zonas de alto gradiente y las esquinas con ángulos agudos serán descritas correctamente.

El uso del espacio de escalas brinda la oportunidad de mejorar las respuestas finales al permitir que las serpientes se muevan cada vez en escalas más finas.

El problema de la oclusión que se presenta como la existencia de bifurcaciones en los contornos es resuelto con la posibilidad que las serpientes crecientes tienen para detener su crecimiento y cambiar sus partículas libres, que son las que controlan el avance del contorno activo, a partículas que se comportan como puntos fijos e identifican con esto las uniones-T. Esta forma de determinar las

bifurcaciones de contorno es otra de las aportaciones para resolver un problema hasta ahora abierto. El análisis y medición de la energía de las diferentes configuraciones posibles que se pueden presentar en el caso de la bifurcación de un contorno, se realiza para poder hacer la determinación de la mejor configuración de las uniones-T en forma automática. Esta es otra importante aportación que permite tener mejores descriptores del contorno, que ayuden en la tarea de la segmentación.

Al comparar los resultados que se presentan con los métodos similares hasta ahora existentes, las serpientes crecientes demostraron que generan mejores soluciones, que pueden resolver en condiciones de alto nivel de ruido y que la precisión de la respuesta final tiene un alto nivel de confianza.

5 Discusión Final.

Alegad por vuestra causa
presentad vuestras pruebas
Is 41:21

5.1 Resumen de métodos existentes.

En este trabajo se han discutido los métodos más conocidos y los más recientes de contornos activos paramétricos. Las características de cada método se han detallado y los principales problemas que en ellos persisten se resumen de la siguiente manera:

- El método de Kass et al [22] sólo tiene una buena convergencia si la posición inicial de la serpiente está lo suficientemente cerca del contorno de interés, para que la zona de influencia del gradiente atraiga a la curva, por tanto la posición final depende de la posición inicial.

- Cohen [6] propone una fuerza de inflado que aún cuando permite m{as libertad en la posición inicial, requiere de la desactivación de la fuerza de inflado cuando la curva ha llegado a los puntos de interés. Se manejan curvas abiertas y es necesario fijar las condiciones de los extremos, en curvatura y posición. En este caso, igual que en el anterior, la inicialización de las serpientes es manual.

- McInerney et al [31] permiten el cambio de forma de la serpiente en busca de describir topologias más complejas, pero el caso de las uniones-T que se presentan como bifurcaciones del contorno no está resuelto. El avance de las serpientes en la dirección opuesta al de la diagonal que presenta el mallado utilizado es lento, esto es por el sistema de relocalización de las partículas

siempre sobre una arista del mallado. Sólo pueden utilizarse contornos cerrados.

- Xu et al [56] propusieron la extensión del campo de fuerzas externas, y la regularización propuesta contempla la suavidad global del campo, por lo que el método es altamente sensible al ruido y en estos casos las direcciones de las fuerzas de este campo presentan direcciones de gradiente regularizado tangenciales a los bordes de los objetos, en zonas muy cercanas a éstos, y no perpendiculares como se desea que sean.

- Gunn et al [15][16] propusieron el uso de dos serpientes interactuando entre si, pero están ligadas fuertemente a un factor de forma, que para el caso presentado es circular, por lo que la forma y topología de los contornos posibles de determinar se limitan. El paso de cada partícula por iteración es siempre menor de un pixel, lo que hace además a este sistema lento.

- Malladi et al [25] no utilizan contornos activos paramétricos; presentan un modelo que no puede resolver contornos donde existan agujeros o grietas (gaps), por lo que contornos intuitivos no pueden ser recuperados con esta técnica.

En todos los casos de contornos activos paramétricos los problemas que persisten son el obtener una inicialización automática de manera racional, el resolver correctamente las bifurcaciones de los contornos como en el caso de las uniones-T, contar con descripciones finales sobre cualquier tipo de topología que los bordes de los objetos de la escena presenten y tener un campo de fuerzas externas que presente buenas características aún en situaciones de altos niveles de ruido.

Para resolver los problemas abiertos que se detallaron antes, se han presentado en este trabajo dos nuevas y diferentes formas de Contornos Activos Paramétricos, las ***Serpientes Atrayentes*** y las ***Serpientes Crecientes***. Las características más importantes se describen a continuación.

5.2 Las Serpientes Atrayentes (Sandwich Snakes).

La serpiente atrayente es un robusto contorno activo paramétrico que utilizando dos serpientes interconectadas entre sí, permite, al interactuar con el usuario, determinar contornos de muy variada forma acelerando los tiempos de convergencia con respecto a los métodos equivalentes ya existentes (dual snakes [15][16]). Las principales características de las serpientes atrayentes son:

- No requieren de un factor de forma que les obligue a describir sólo los contornos que tengan un alto parecido al factor correspondiente; por el contrario, las formas de los contornos de los objetos que pueden ser descritos, incluye una amplia gama que incluye figuras compuestas que no se ajustan a un factor de forma o figuras no convexas, resolviendo así uno de los problemas más comunes de las serpientes al usar curvas cerradas.

- El método de descenso newtoniano, permite libertad en el tamaño del paso que cada partícula realiza en una iteración. La inclusión de inercia permite al sistema romper los mínimos locales donde puede quedar atrapada alguna de las serpientes, y con ello no llegar a la descripción final deseada.

- La inclusión de la fuerza interna con un factor de atracción creciente γ, permite reducir la oscilación alrededor del estado final y acelera la convergencia del sistema.

- La utilización del espacio de escalas Gaussiano, permitió tener soluciones finales en escalas finas que con otros métodos (e inclusive este mismo), no hubieran sido posibles de recuperar con el nivel de detalle deseado.

- Las serpientes atrayentes probaron tener un muy buen comportamiento trabajando sobre imágenes con altos niveles de ruido y de muy variados tipos de éste (Gaussiano, impulsivo y de moteado).

Las serpientes atrayentes probaron ser un método robusto en la determinación de contornos al usar dos curvas interconectadas entre sí, pero la topología que puede resolverse aún es limitada en el sentido de que un solo par de curvas no pueden detectar un contorno exterior y hoyos dentro de éste. Para esos casos es necesario asignar una serpiente atrayente para cada uno de los contornos buscados. La inicialización es manual y obliga a tener como configuración inicial siempre una serpiente por dentro del contorno de interés y otro por afuera de éste; pero la limitante del factor de forma es superada ampliamente.

5.3 Serpientes Crecientes (Growing Snakes).

La serpiente creciente es un contorno activo paramétrico que inicia automáticamente y que mientras crece se ajusta a los contornos de los objetos de una escena de la imagen. Puede describir uniones-T, que se presentan en los casos de bifurcación de contornos y en forma automática decide la mejor configuración de cada uno de estos casos. Sus principales características son:

- La inicialización es automática, lo que le permite tener una característica de independencia del usuario que hasta el momento ningún método había presentado. Lo anterior permite tener también independencia en el tipo de imagen que se desee procesar.

- El filtrado por épocas permite que el usuario tenga una clara idea del nivel de detalle que se desea para cada caso en particular. En el caso de procesamiento en lotes puede ser fijado además el valor del umbral final hasta el cual se aplicará este filtrado por épocas, y después del cual ya no existe interés de que las serpientes busquen nuevas posiciones.

- Como en el caso anterior, se presenta una aplicación del espacio de escalas Gaussiano, donde los contornos finales son depurados en las escalas más finas, después de que se han encontrado las descripciones iniciales en escalas más gruesas.

- Una vez que el sistema se ha estabilizado en la última época de interés, la determinación de las mejores configuraciones de las uniones-T se hace en forma automática; acción que hasta el momento no se había resuelto.

- El uso de los Campos Aleatorios Markovianos, en la aplicación de los campos de medidas, ha resultado una gran ayuda en la regularización de los campos vectoriales del gradiente, en donde estas fuerzas externas no sólo tienen una correcta dirección que permite a la serpiente un adecuado movimiento hacia el borde de las imágenes, sino que además extienden las zonas de influencia de los bordes y el hecho de que la magnitud sea unitaria para todos, permite dar una participación igual de fuerza externa a todos los puntos. Este modelo no obliga al campo a tener una suavidad global, y los resultados son mucho mejores que los métodos existentes, aún trabajando sobre imágenes con altos niveles de ruido. El problema de las vueltas en esquinas agudas se resuelve sin que se corra el riesgo de que la serpiente se salga de las zonas de interés.

- Con los diferentes modelos de avance de la serpiente creciente, se pueden cubrir diferentes tipos de contornos que se presentaron como posibles casos de interés (contornos abiertos, o cerrados). Los esquemas de crecimiento por fuerza interna de empuje y el de paso fijo en cualquier dirección, permiten abordar y resolver el mismo tipo de problemas, que son los que conservan en la descripción final del contorno algunos extremos abiertos, obteniéndose con ambos métodos descripciones equivalentes. La diferencia estriba en que el esquema de crecimiento de paso fijo en cualquier dirección es más rápido y las partículas de los extremos abiertos no presentan oscilación en la descripción final, por lo que se recomienda sobre el esquema de crecimiento

con fuerza interna de empuje. Para el caso de paso fijo en dirección recta se recomienda su uso cuando se desea encontrar descripciones de contorno con curvas cerradas, o con bifurcaciones, pero no se desean extremos abiertos en el contorno final.

- La correcta determinación de las uniones-T que se presentan en cada caso, permiten tener configuraciones de baja energía y además tener posibilidades de realizar una correcta segmentación de los objetos de interés. Lo anterior no se habia resuelto en forma automática con otro método.

- La serpiente creciente resuelve la bifurcación de los contornos y que se presenta motivada por el problema de oclusión. Con otros métodos no es posible determinar estos cambios de topología. Con la serpiente creciente la topología de los contornos que se puede resolver es una gama muy amplia, pues no se limita a ningún tipo en especial y las uniones-T son resueltas en un último paso para dar una correcta configuración final.

- Los contornos intuitivos son resueltos, superando con esto no sólo a los métodos de contornos activos paramétricos, sino además a los contornos activos geométricos.

Las serpientes crecientes probaron tener un muy buen comportamiento en situaciones de alto nivel de ruido, trabajando sobre imágenes con ruido Gaussiano, impulsivo o de moteado.

Con este modelo de contornos activos paramétricos la inicialización de las serpientes se realiza en forma automática, y para procesos en donde puede ser determinada la última época de interés, el sistema se puede automatizar completamente. Las uniones-T donde se presenta bifurcación de contornos se resuelve también en forma automática, superando con esto a los modelos existentes.

La regularización que se hace al campo de gradiente, utilizando los campos de medidas, permite el contar con mejores campos de fuerzas externas que conduzcan a mejores determinaciones de contornos. Finalmente, la limitante de topología a determinar es superada con el modelo de las serpientes crecientes, resolviendo para cualquier tipo de topología.

Los problemas abiertos que inicialmente se plantearon son resueltos con los modelos de las ***Serpientes Atrayentes*** o el de las ***Serpientes Crecientes***. La selección de cada uno de los modelos depende en gran medida del objetivo final del usuario. En ambos casos los modelos presentados superan ampliamente a los modelos existentes.

5.4 Trabajo por hacer.

Como continuación al trabajo de los contornos activos paramétricos aquí presentados, se prevé el desarrollo de las técnicas de la serpiente creciente en modelos de bio-medicina, que permitan la determinación y correcta segmentación de los objetos de interés.

Para la aplicación de estos métodos se requiere de un detallado análisis de los problemas que en las imágenes biomédicas se presentan, y que deberán de tratarse en forma particular, con una adecuada calibración de los sistemas. Se buscarán simultáneamente nuevas formas para la función de energía que ayuden a resolver problemas particulares en esta área. Las modificaciones se buscarán tanto en la parte de energía interna como de la energía externa de esta función.

Se realizará un estudio de las formas finales de las uniones-T, buscando resolver las ambigüedades que actualmente se presentan en los casos donde la medición global de la energía no es un buen estimador para la discriminación del tipo de configuración que ahí se presenta. Lo anterior permitirá obtener buenas descripciones de los objetos donde los contornos presentan bifurcaciones y éstas no son suaves.

Trabajando sobre conjuntos de imágenes, como lo son las imágenes que resultan de una tomografía, se buscará la extensión de las serpientes crecientes a descripciones en 3D.

a
Apéndice.

La lámpara del cuerpo es el ojo;
Mt 6.22

a.1 Introducción.

A continuación se presenta una descripción de las partes más importantes del ojo humano, y se hace una descripción de las tareas y funciones que realizan en el complejo proceso de la visión.

El ojo humano ha sido frecuentemente comparado con una cámara; pero la realidad es que esta cámara debería de tener un complejo sistema de seguimiento, ser una máquina de auto ajuste de foco, ser capaz de ajustar la intensidad de la luz, tener un sistema de auto limpieza de lentes, detectar color y además estar conectado a un gran procesador que tenga posibilidades de hacer procesos paralelos; y quizás entonces estaremos en posibilidad de hacer dicha comparación.

a.2 El ojo y la visión humana.

El ojo humano es un globo de aproximadamente dos centímetros de diámetro, que se mueve libremente dentro de su órbita. Este movimiento está controlado por seis músculos.

La luz penetra al ojo a través de la *córnea* que es transparente, pasa el *humor acuoso* y llega al *cristalino* que es el lente. La luz sigue su paso a través del *humor vitreo* para formar finalmente una imagen invertida en la *retina*.

Enfrente del lente existe una membrana anular llamada *iris*, que es la que da el color al ojo. La luz solo puede penetrar por la apertura que deja el iris, que recibe el nombre de *pupila*. Ver figura a.1.

El lente está suspendido por músculos y ligamentos que le permiten ajustar su curvatura, a este movimiento se le llama acomodamiento o enfoque. El acomodamiento del ojo le adapta para clarificar la visión a una distancia particular,

permitiendo así que el objeto de interés sea formado como una imagen clara en la retina. Los objetos cuyas imágenes son formadas con claridad antes o después de la retina, aparecen borrosos para quien observa.

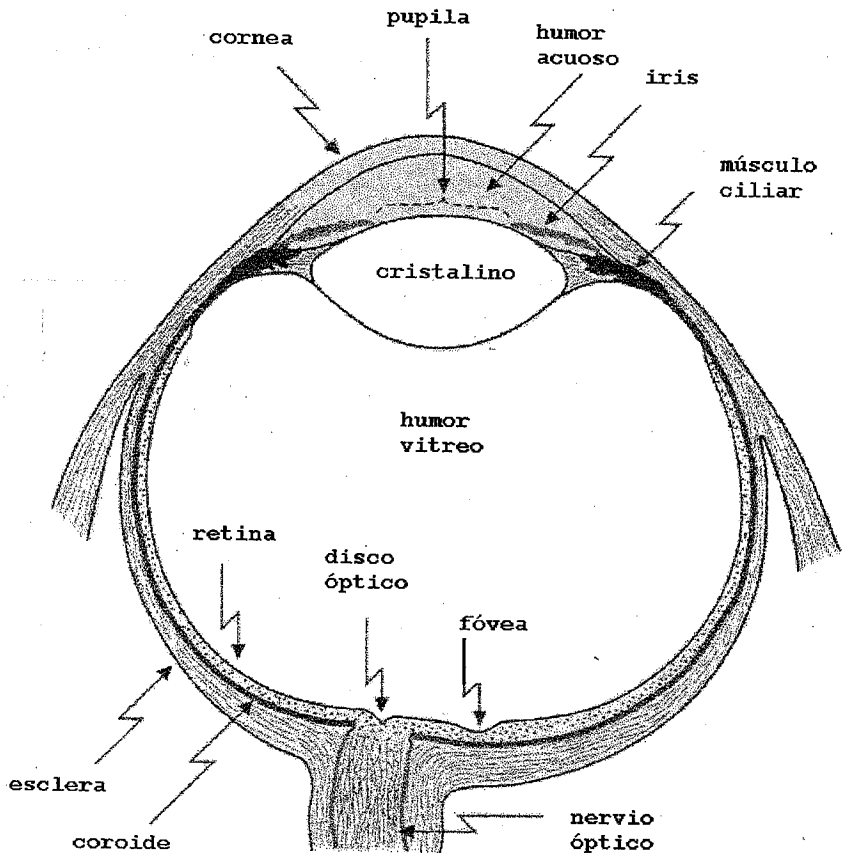


Figura a.1.- Corte esquemático del ojo. Se muestran aquí las estructuras que componen el ojo humano, identificada cada una con su nombre.

Cuando el ojo de una persona no tiene la capacidad de poner en foco los objetos distantes (la imagen se forma antes de la retina), entonces padece miopía. Cuando el ojo de una persona no es capaz de poner en foco los objetos cercanos (la imagen es formada después de la retina), entonces padece hipermetropía. Ambos casos pueden ser corregidos con lentes externos.

El ojo está cubierto a manera de defensa por un músculo fibroso y opaco llamado esclera o músculo esclerótico. Parte de la esclera le da el color blanco al ojo. La luz que penetra al ojo y no es detectada, es absorbida por la coroide.

a.2.1 La retina.

Es una membrana nerviosa sumamente compleja, cuyo espesor es de alrededor de un cuarto de milímetro. Contiene un alto número de fotorreceptores que al ser estimulados por la luz producen señales electro-nerviosas. Las señales que aquí se generan son transmitidas al cerebro a través del nervio óptico, generando así la sensación de visión [19][54].

Las células fotorreceptoras que se ubican cerca de la coroide son los conos y los bastones, llamados así por su forma. Sobre el eje de visión existe una zona que contiene la mayor concentración de estos fotorreceptores, a esta zona se le llama fóvea, y es ahí donde la imagen de un objeto al cual hemos dirigido nuestra vista se forma. Por su alto contenido de conos y bastones, la fóvea presenta una alta resolución y por consiguiente una alta precisión visual.

Los conos son los fotorreceptores más sensibles a la luz brillante, a la percepción de los mas finos detalles y a la luz de color; se presentan en gran cantidad en la fóvea. Los bastones son mas numerosos en la porción periférica de la retina alejada de la fóvea; son perceptores de la luz difusa sin sensibilidad para el color. Se calcula que el ojo contiene unos 6 500 000 conos y unos 125 000 000 bastones. Estas células fotorreceptoras se encuentran en el nivel más profundo de la retina.

Los conos y los bastones contienen pigmentos sensitivos a la luz. Todos los bastones tienen el mismo pigmento, en tanto que los conos pueden tener uno de tres diferentes tipos de pigmentos sensibles. Los cuatro pigmentos son sensibles a diferentes longitudes de onda de la luz, y en el caso de los conos estas diferencias forman la base de nuestra visión de color.

En un segundo nivel de la retina, se encuentran las células bipolares que reciben la información de los fotorreceptores y su función es transmitirla al siguiente nivel. Las células horizontales ligan a las receptoras con las bipolares y distribuyen la información en esta capa en dirección paralela a la extensión de la retina. Las células amacrina conectan a las bipolares con las células ganglionares, y se extienden en la misma dirección de las horizontales.

Las células ganglionares forman el tercer nivel de la retina, que es el frente de la retina por donde se recibe la luz; su función es recoger la información y llevarla por sus axones hasta el nervio óptico en el disco óptico. La figura a.2, muestra un corte esquemático de los niveles de células de la retina.

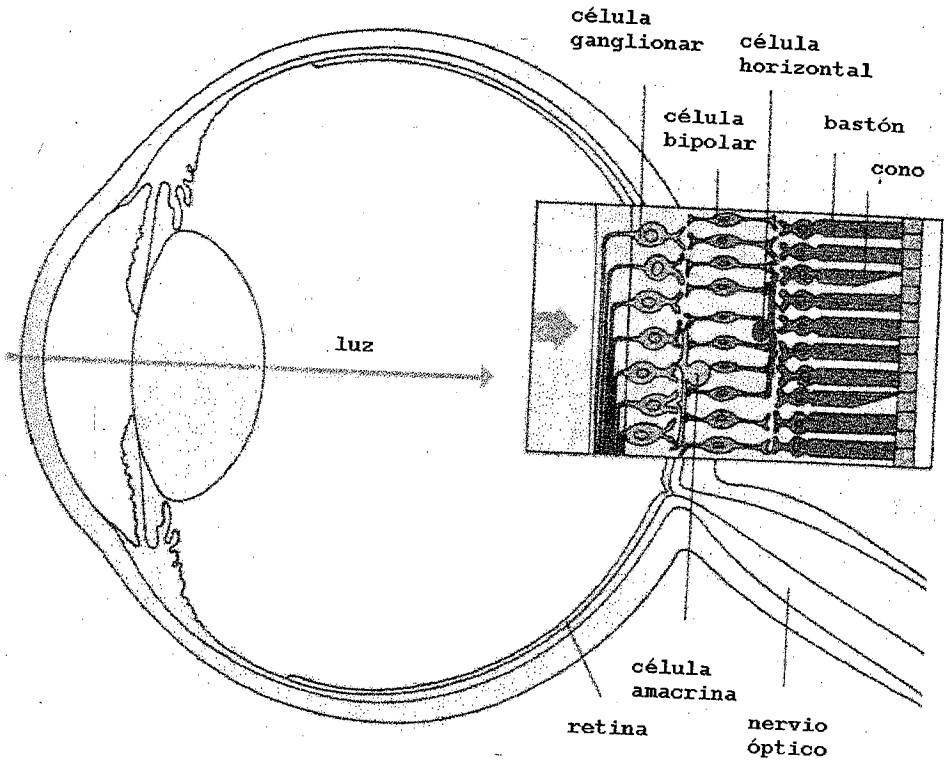


Figura a.2.- Corte esquemático de la retina. El recuadro muestra la estructura fundamental de la retina, distinguiendo el tipo de células que en cada uno se encuentran.

En condiciones normales, los ojos están constantemente en movimiento y se producen ligeros movimientos involuntarios, incluso si se está mirando un objeto fijo. La consecuencia es que la imagen en la retina está en constante movimiento que la saca de la zona de la fóvea y después reingresa a ésta. Superpuesto a esto existe un rapidísimo temblor de los ojos. Si con algún dispositivo, se logra que la imagen se proyecte invariablemente en la retina, ésta se borra al poco tiempo, para aparecer luego enteramente o en parte. Estos experimentos fueron realizados por Donald Hebb y sus colaboradores [54], y han demostrado que lo visto por un individuo está, por lo menos parcialmente, determinado por el sentido de la imagen, interpretado por los centros superiores.

a.2.2 La distribución de la señal óptica.

El disco óptico es el lugar donde todas las fibras nerviosas concurren para conectar al nervio óptico. Esta zona carece de fotorreceptores por lo que es llamado también el punto ciego. El nervio óptico que sale de cada ojo, lleva las señales electro-nerviosas hasta el cerebro.

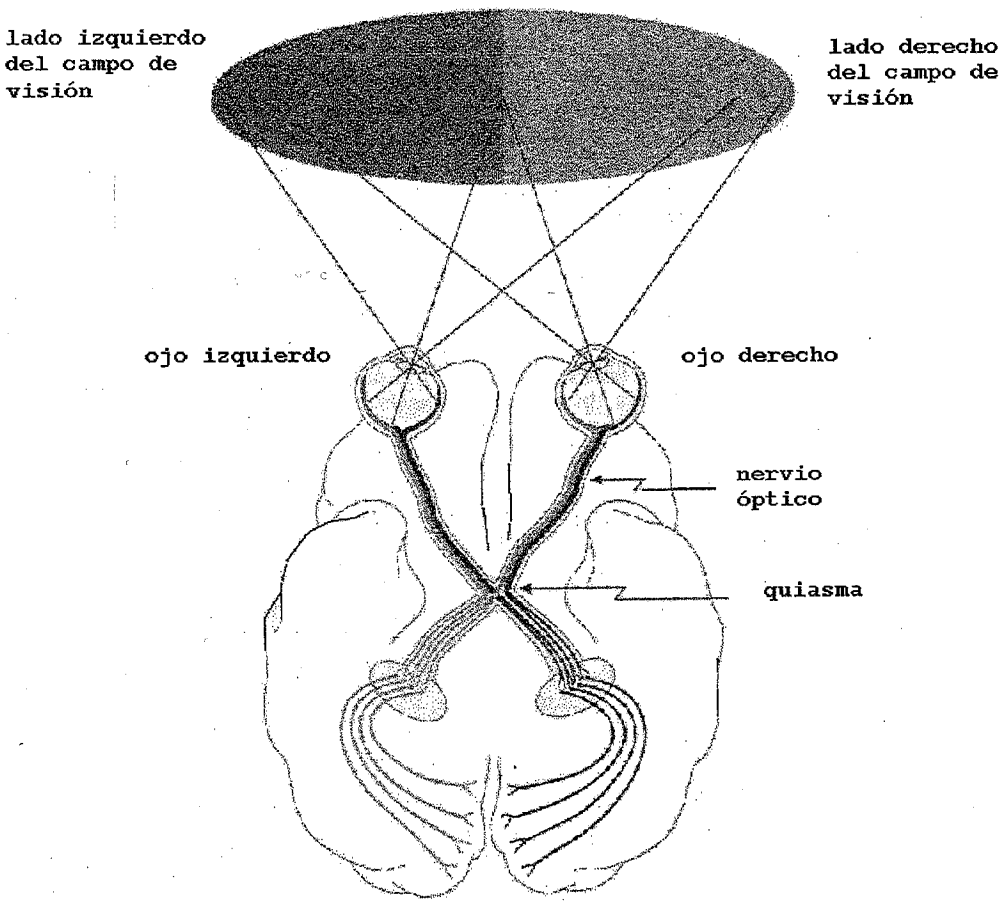


Figura a.3.- Conexiones del sistema visual humano. La parte derecha del campo de visión es concentrada en el lado izquierdo del cerebro por ambos nervios ópticos, y el lado izquierdo del campo de visión es concentrado en el lado derecho del cerebro.

Las fibras del nervio óptico están divididas en dos grupos: los que se originan en el lado nasal del ojo y los que se originan en el lado del temporal. Las fibras que

parten del lado del temporal de cada ojo van al mismo lado del cerebro que donde se originaron, en tanto que las fibras que se originan en el lado nasal del ojo, cruzan sobre el quiasma óptico, y terminan en el lado opuesto del cerebro con respecto al ojo que lo generó. Ver figura a.3

Las conexiones descritas mapean la parte izquierda del campo de visión al lado derecho del cerebro, y la parte derecha del campo de visión al lado izquierdo del cerebro. Así, dos imágenes retinales de un mismo punto en la escena, que es visible por los dos ojos, es mapeado a la misma región del cerebro. Esto permite resolver la disparidad y tener una visión estereoscópica dentro del campo de vista compartido por los dos ojos.

Bibliografía.

El alma sin ciencia no es buena.
Pr 19:2

[1]. N. Ahuja and JH. Chuang, *Shape Representation Using a Generalized Potential Field Model*, IEEE Proc on Computer Vision And Pattern Recognition CVPR 19 (2): pp. 169-673, (1997).

[2]. Y.S. Akgul, C. Kambhamettu and M. Stone, *Extraction and Tracking of the Tongue Surface from Ultrasound Image Sequences*, IEEE CVPR: pp. 298-303, (1998).

[3]. V. Caselles, R. Kimmel and G. Sapiro, *Geodesic Active Contours*, Proc ICCV 95: pp. 694-699,(1995).

[4]. S. Chandran and A.K. Potty, *Energy minimization of Contorus Using Boundary Conditions*, IEEE Trans. On Pattern Analysis and Machine Intelligence 20(5): pp. 546-549, (1998).

[5]. JH. Chuang, *A Potential-Based Approach for Shape Matching and Recognition*, Pattern Recognition 29(3): pp. 463-470 Elsevier Science 1996.

[6]. L.D. Cohen, *On Active Contour Models and Balloons*. Computer Vision, Graphics and Image Processing: Image Understanding, 53(2): pp. 211-218, (1991).

[7]. L.D. Cohen and I. Cohen, *Finite-Element Methods for Active Contour Models and Ballons for 2-D and 3-D Images*. IEEE PAMI, 15(11): pp. 1131-1147, (1993).

[8]. L.D. Cohen and R. Kimmel, *Global Minimum for Active Contour Models: A Minimal Path Approach*, IEEE Proc on Computer Vision And Pattern Recognition CVPR: pp. 666-673, (1996).

[9]. K. Creath, *Phase measurement interferometry techniques*, Progress in Optics, E. Wolf ed. North Holland, Amsterdam, 26: pp. 349-393, (1988).

[10]. A. Dávila, G Kaufmann and D Kerr, *Scale Space filter for smoothing electronic speckle pattern interferometry fringes*, Opt. Eng. 35(12): pp. 3549-3554, (1996).

[11]. J.H. Elder and S.W. Zucker, *Scale Space Localization, Blur and Contour-Based Image Coding*, IEEE CVPR: pp. 27-34 (1996),

[12]. N.I. Fisher, *Statistical analysis of circular data*, Cambridge Univ. Press, 1993.

[13]. S. Geman and D. Geman, *Stochastic relaxation, Gibbs distributions and the Bayesian restoration of images*, IEEE trans. Pattern Anal. And Mach. Intel., 6: pp. 721-741, (1984).

[14]. D.C. Ghiglia and L.A. Romero, *Robust two-dimensional weighted and un-weighted phase unwrapping that uses fast transforms and iterative methods*, J.Opt. Soc Am. A 11(1): pp. 107-117, (1994).

[15]. S.R. Gunn and M.S. Nixon, *Improving snake performance via a dual active contour*, Lecture Notes in Computer Science, Springer Verlag, Berlin Heidelberg, vol 970: pp. 600-605, (1995).

[16]. S.R. Gunn and M.S. Nixon, *A robust snake implementation: a dual active contour*, IEEE PAMI, 19(1): pp. 63-68, (1997).

[17]. B.M ter Haar Romeny Ed. *Geometry-Driven Diffusion in Computer Vision.* Computational Imaging and Vision Volume 1, Klower Academic Publishers. Dordrecht/Boston/London (1994).

[18]. B.K.P. Horn, *Robot Vision*, MIT electrical engineering and computer science series, Second printing 1986.

[19]. D.H. Hubel. *Eye, Brain and Vision.* Scientific American Library, New York 1995.

[20]. B. Jahne, *Digital Image Processing*, Springer Verlag Berlin 1995.

[21]. R. Jain, R. Kasturi, B. G. Schunck. *Machine Vision.* Mcgraw Hill, 1995.

[22]. M. Kass, A. Witkin and D. Terzopoulos, *Snakes, active contours models*, Int. J. Computer Vision, 1(4): pp. 321-331, (1987).

[23]. F Leymarie and M D. Levine, *Tracking Deformable Objects in the Plane Using An Active Contour Mode*l, IEEE Trans. On Pattern Analysis and Machine Intelligence 15(6): pp. 617-634, (1993).

[24]. A. Low. *Introductory Computer Vision and Image Processing.* McGraw-Hill International Edition (1991).

[25]. R. Malladi, J.A. Sethian and B.C. Vemuri. *Shape Modeling with Front Propagation: A Level Set Approach.* IEEE Trans. On Pattern Analysis and Machine Intelligence 17(2): pp. 158-175, (1995).

[26]. D. Maravall, *Reconocimiento de formas y visión artificial*, Addison-Wesley iberoamericana 1994.

[27]. J.L. Marroquín, *Random Measure Fields and the Integration of Visual Information*, IEEE Trans. on Systems, Man and Cybernetics 22(4): pp. 705-716, (1992)

[28]. J.L. Marroquín, *Deterministic Interactive Particle Models for Image Processing and Computer Graphics*, Graphical Models and Image processing, vol 55, No 5: pp. 408-417, (1993).

[29]. J.L. Marroquín and M Rivera, *Quadratic regularization functionals for phase unwrapping*, J. Opt. Soc. Am. A 12: pp. 2393-2400, (1995).

[30]. J.L. Marroquín, F. Velasco, S. Gutiérrez and M. Rivera. *Gauss-Markov Measure Fields for Image Processing.* Technical Report No I-97-16 (CC/CIMAT).

[31]. T. McInerney and D. Terzopoulos, *Topologically Adaptable Snakes*, Proc. ICCV 95: pp. 840-845, (1995).

[32]. T. McInerney and D. Terzopoulos, *Medical Image segmentation Using Topologically Adaptable Surfaces*, Proc. CVRMed 97: pp. 1-10, (1997).

[33]. V.S. Nalwa, *A guided tour of Computer Vision.* Addison Wesley (1993)

[34]. W. Niessen, *Multiscale Medical Image Analysis.* Thesis (1997).

[35]. A.V. Oppenheim and R.W. Schafer, *Digital Signal Processing*, Prentice-Hall 1975.

[36]. A.V. Oppenheim and A.S. Willsky, *Señales y Sistemas*, Prentice Hall 1983.

[37]. I. Overrington, *Computer Vision, A unified, biologically-inspired approach.* Elsevier (1992)

[38]. L. Parida, D. Geiger and R. Hummel, *Junctions: detection, Classification, and Reconstruction*, IEEE Trans. On Pattern Analysis and Machine Intelligence 20(7): pp. 687-698, (1998).

[39]. N. Peterfreund, *The velocity snake: deformable contour for tracking in spatio-velocity space*, Computer Vision and Image Understanding vol .73 no. 3 March pp. 346-356, (1999).

[40]. X. Roca, X. Sanchez, J. Serrat, M. Vanrell, J. Villanueva y J. Vitria, *Curso de Tratamiento y Análisis de Imágenes*, Facultat de Ciencies Departament d'Informatica, Unuversitat Autonoma de Barcelona, Octubre 1991.

[41]. D. Rueckert and P. Burger, *Geometrically Deformable Templates for Shaped-Based Segmentation and Tracking in Cardiac MR Images.* Lecture Notes in Computer Science 1223, Springer Verlag 1997, pp 83-98.

[42]. G. Sapiro, *Color Snakes*, HP Laboratories Technical Report HPL-95-113, September 1995.

[43]. G Sapiro, *Vector-Valued Active Contours*, IEEE Proc. On Computer Vision And Pattern Recognition CVPR: pp. 680-685, (1996).

[44]. J.A. Sethian. *Numerical Algorithms for Propagating Interfaces: Hamilton-Jacobi Equations and Conservation Laws.* J. Differential Geometry 31(1990): pp. 131-161.

[45]. K. Siddiqi and B. Kimia, *Parts of Visual Form: Computational Aspects*, IEEE Trans. On Pattern Analysis and Machine Intelligence 17(3): pp. 239-251, (1995).

[46]. J. Sporring, M. Nielsen, L. Florack and P. Johanen (Eds.), *Gaussian Scale-Space Theory.* Computational Imaging and Vision Volume 8, Klower Academic Publishers. Dordrecht/Boston/London (1997)

[47]. R. Szeliski and D. Tonnesen, *Oriented Particle Systems*, Digital Equipment Corporation Cambridge Research Lab CRL 91/14, December 1991.

[48]. H. Tek and B.B. Kimia, *Image Segmentation by Reaction-Diffusion Bubbles*, IEEE CVPR: pp. 156-162, (1995).

[49]. D Terzopoulos and M. Vasilescu, *Sampling and Reconstruction with Adaptive Mashes*, IEEE CVPR: pp. 70-75, (1991).

[50]. D. Terzopoulos, A. Witkin and M. Kass. *Symmetry-seeking Models for 3D object reconstruction.* IEEE Trans. On Pattern Analysis and Machine Intelligence (3): pp. 269-276, (1987).

[51]. M. Vasilescu and D Terzopoulos, *Adaptive Mashes and Shells; Irregular Triangulation, discontinuities, and hierarchical Subdivision*, IEEE CVPR: pp. 829-832, (1992).

[52]. F. Velasco and J.L. Marroquin, *Sandwich Snakes: robust active contours*, SPIE Conf. In Applications of Digital Image Processing XXI , vol 3460: pp. 226-235, (1998).

[53]. V. Venkateswar and R. Chellapa, *Extraction of Straight Lines in Aerial Images*, IEEE Trans. On Pattern Analysis and Machine Intelligence 14(11): pp. 1111-1114, (1992).

[54]. C.A. Ville, *Biología, sexta edición en español*. Nueva editorial Interamericana S.A. de C.V. (1974).

[55]. A.P. Witkin, *Scale Space Filtering*, Proc. Int. Joint Conf. on Artificial intelligence: pp. 1019-1022, (1983).

[56]. C. XU and J.L. Prince, *Gradient Vector Flow: A new external force for snakes*, IEEE Proc CVPR: pp. 66-71, (1997).